

4

軸系要素

shafts and associated parts

4・1

軸

shafts

4・1・1

軸の種類および軸材料

shaft types and shaft materials

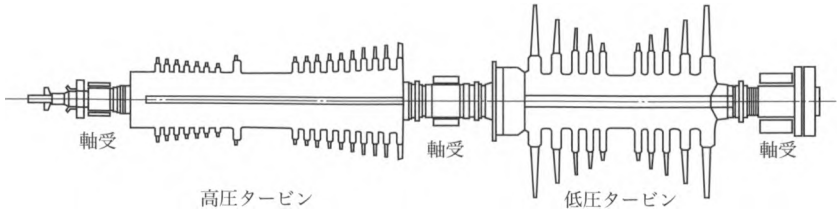
機械において回転運動を伝達する棒状の機械部品を総称して軸と呼ぶ。軸には、図4・1に示す発電用の蒸気タービン軸〔図(a)〕のように、長さが10 m、直径が700 mmと大きなものから、マイクロモータの回転軸〔図(b)〕のように長さ7 mm、直径が1 mm以下の小さなものまで数多くの種類がある。したがって、用途や形状の違いにより、いくつかの種類に分類される。

(1) 用途による分類

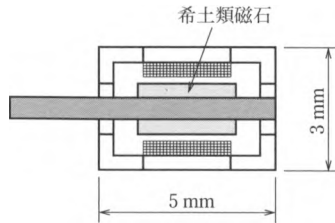
- ① **車軸 (axle)** 車や貨車などの動力を伝達しない軸として使用され、主として曲げモーメントを受ける軸をいう。
- ② **伝動軸 (shaft)** 船や車のプロペラ軸〔図4・1(c)〕のように、主としてトルクを伝達し、ねじりモーメントを受ける軸をいう。
- ③ **スピンドル (spindle)** 工作機械の主軸のように、高い剛性を持ち正確な運動を行うことにより、実際に作業を行う軸をスピンドルという。荷重としては、曲げおよびねじりモーメントを同時に受ける。

(2) 形状による分類

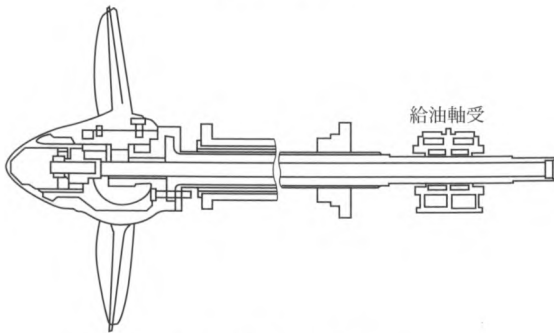
- ① **真直軸 (straight shaft)** 最もよく用いられる真直な軸をいう。形状は、中実円筒が一般的であるが、重量を軽減する目的から中空円筒の軸もある。
- ② **クランク軸 (crank shaft)** 中心軸が段階的に折れ曲がった軸〔図4・1(d)〕で、往復直線運動と回転運動との相互変換に用いられる。衝撃的なねじりモーメン



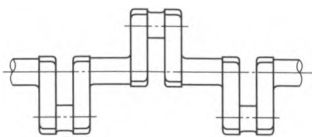
(a) タービン軸 (軸受部軸直径 700 mm)



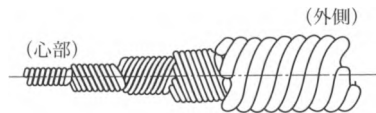
(b) 超小型モータ



(c) 船舶用プロペラ軸



(d) クランク軸



(e) たわみ軸 (より線形)

図 4・1 軸の種類

トと曲げモーメントを繰り返し受ける。

③ **たわみ軸** (flexible shaft) 密巻きコイルを数層に重ねた構造をもち〔図 4・1(e)〕, ねじり剛性に比べて曲げ剛性が著しく小さいため, 回転軸の方向を自

由に変えながら小さな動力を伝達するのに用いられる。

軸の材料は、軸の使用目的によって適当なものを選び、熱処理（焼なまし、焼入れ焼戻し、表面硬化）などを施して使用する。軸径を選定する際には、軸材料の許容曲げ応力 σ_a または許容せん断応力 τ_a の値が基準となる。なお、鉄鋼材料の引張り、圧縮、曲げ、せん断、ねじりに対する許容応力は、2章の表 2・5 を参照されたい。

4・1・2 軸径の選定

selection of shaft diameter

軸径は、軸に働く荷重の種類や軸の変形の大きさ、危険速度などによって、使用方法に見合った選定が行われる。

軸に働く荷重の種類としては、つぎのものがあげられる。

- ① ねじりモーメントだけが作用する軸。
- ② 曲げモーメントだけが作用する軸。
- ③ ねじりモーメントと曲げモーメントが同時に作用する軸。
- ④ 軸力（軸方向荷重）が付加される軸。

軸の変形に関係するものとしては、つぎのものがあげられる。

- ① 軸のねじり剛性。
- ② 軸の曲げ剛性。
- ③ 軸の危険速度。
- ④ 軸の熱膨張と高速回転による遠心膨張。

4・1・3 ねじりモーメントが作用する軸

design of shaft subjected to torsion

図 4・2 に示すように、直径 d 、長さ l の丸軸の一端を固定し、他端にねじりモーメント T が働くとき、端部のねじれ角を θ とする。半径 r の位置におけるせん断応力 τ は、次式のように表される。

$$\tau = G\gamma = Gr \frac{\theta}{l} \quad (4.1)$$

ここで、 G は軸の横弾性係数、 γ はせん断ひずみで

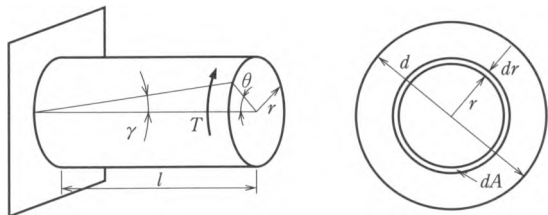


図 4・2 ねじりモーメントを受ける軸

ある。

一方、半径 r 、微小幅 dr の環状部分の面積 dA に作用するせん断応力 τ によるねじりモーメント dT は、つぎのように書ける。

$$dT = \tau dA r = \tau (2\pi r dr) r \quad (4.2)$$

上式を積分すれば、ねじりモーメントは次式のように得られる。

$$T = 2\pi \int_0^{d/2} \tau r^2 dr = G \frac{\theta}{l} 2\pi \int_0^{d/2} r^3 dr = G \frac{\theta}{l} I_p \quad (4.3)$$

ただし、

$$I_p = 2\pi \int_0^{d/2} r^3 dr = \frac{\pi}{32} d^4$$

ここで、 I_p ：断面二次極モーメント。

ところで、最大せん断応力は $r = d/2$ において生じるので、 $\tau_{\max} = G(d/2)(\theta/l)$ となり、式(4.1)、(4.3)から次式が得られる。

$$\tau_{\max} = \frac{T}{Z_p} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (4.4)$$

ここで、 Z_p ：極断面係数。

したがって、式(4.4)の τ_{\max} を許容せん断応力 τ_a に置き換えれば、ねじりモーメントが作用する場合の軸径は、つぎのように導ける。

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_a}} \quad (4.5)$$

ここで、回転軸に作用するねじりモーメント T は、伝達動力 W (W) と回転数 N (s^{-1}) から次式のように与えられる。

$$T = \frac{W}{2\pi N} \text{ (Nm)} \quad (4.6)$$

なお、以下では、ねじりモーメントと同義語であるトルクという呼称を用いることがある。

円筒軸のはめあい部分の直径と、回転軸の伝動用軸端のうち、はめあい部分が円筒形の軸については、JIS B 0901 や 0903 に規格化されているので、使用する軸径の値は規格値に合わせておくのが望ましい。表 4.1 に軸の直径の標準値を示す。

〔例題 4.1〕 回転数 $N = 1300$ rpm で伝達動力 $W = 3.7$ kW の電動モータがある。材料の許容せん断応力 $\tau_a = 55$ MPa としたときのモータ軸の直径を求めよ。

表 4・1 軸の直径 (JIS B 0901 抜粋)

軸 径 (mm)	(参考) 軸径数値のよりどころ					軸 径 (mm)	(参考) 軸径数値のよりどころ					軸 径 (mm)	(参考) 軸径数値のよりどころ				
	標準数*1			*2	*3		標準数*1			*2	*3		標準数*1			*2	*3
	R 5	R 10	R 20	円筒 軸端	転が り軸受		R 5	R 10	R 20	円筒 軸端	転が り軸受		R 5	R 10	R 20	円筒 軸端	転が り軸受
4	○	○	○		○	10	○	○	○	○	○	40	○	○	○	○	○
						11				○		42				○	
						11.2			○			45			○	○	○
4.5			○			12				○	○	48				○	
						12.5		○	○		○	50		○	○	○	○
5		○	○		○	14				○	○	55				○	○
						15					○	56			○	○	
						16	○	○	○	○	○	60				○	○
6				○	○	17					○	63					
						18				○	○		○	○	○	○	
6.3	○	○	○			19				○	○						
						20		○	○	○	○						
						22				○	○						
7				○	○	22.4				○	○	65				○	○
						24					○	70				○	○
7.1			○			25	○	○	○	○	○	71				○	○
						28						75				○	○
8		○	○	○	○	30				○	○	80		○	○	○	○
						31.5		○	○			85				○	○
						32					○	90				○	○
9			○	○	○	35					○	95				○	○
						35.5			○							○	○
						38				○						○	○

(注) *1 JIS Z 8601 (標準数) による。

*2 JIS B 0903 (円筒軸端) の軸端の直径による。

*3 JIS B 1512 (転がり軸受の主要寸法) の軸受内径による。

(参考) 表中の○印は、軸径数値のよりどころを示す。たとえば、軸径 4.5 は標準数 R 20 によることを示す。

〔解〕 モータのトルクを求めると、

$$T = \frac{W}{2\pi N} = \frac{3700}{2\pi \times (1300/60)} = 27.2 \text{ Nm}$$

したがって、求める軸径 d は、

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau a}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 27.2}{\pi \times 55 \times 10^6}} = 0.0136 \text{ m}$$

表 4・1 より、14 mm を選択する。

4・1・4 曲げモーメントが作用する軸

design of shaft subjected to bending moment

図 4・3 に示すように、直径 d の中実丸軸の微小長さ dx に曲げモーメント M が作用する場合を考える。変形した軸の曲率半径を ρ 、微小長さ dx 部分に相当する角度を $d\theta$ とし、軸の縦弾性係数 E は引張りりと圧縮で等しいとすれば、中立面から y の距離におけるひずみ ε_x は、次式のように与えられる。

$$\varepsilon_x = \frac{(\rho + y)d\theta - dx}{dx} = \frac{yd\theta}{dx} = \frac{y}{\rho}$$

$$(\because \rho d\theta = dx) \quad (4.7)$$

また、 x 軸方向の応力は、

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = \frac{E}{\rho}y \quad (4.8)$$

となる。したがって、曲げ応力 σ_x による中立軸 z 軸（紙面に垂直方向）まわりの曲げモーメントは、その断面における曲げモーメント M に等しいことから、

$$M = \int \sigma_x y dA = \frac{E}{\rho} \int y^2 dA = \frac{E}{\rho} I_z = \frac{\sigma_x}{y} I_z \quad (4.9)$$

ここで、 $I_z = \pi d^4/64$ ：中立軸 z 軸まわりの断面二次モーメント。

よって、最大応力 σ_{\max} は、軸の上下端、すなわち $y = \pm d/2$ で生じることから、式(4.9)を変形して

$$\sigma_{\max} = M \frac{d}{2} / I_z = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{M}{Z} \quad (4.10)$$

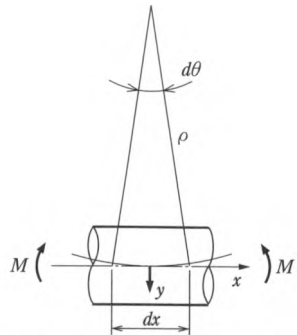


図 4・3 曲げモーメントを受ける軸

ここで、 Z ：断面係数、

したがって、式(4・10)において、 σ_{\max} を許容曲げ応力 σ_a に置き換えることにより、曲げモーメントが作用する場合の軸径は、次式のように与えられる、

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M}{\pi\sigma_a}} \tag{4・11}$$

中空丸軸（内径： d_1 ，外径： d_2 ）の場合、極断面係数および断面係数は、

$$Z_p = \frac{\pi}{16} \frac{(d_2^4 - d_1^4)}{d_2}, \quad Z = \frac{\pi}{32} \frac{(d_2^4 - d_1^4)}{d_2}$$

で与えられるので、最大応力と軸径の式は、次式のように表すことができる、

$$\tau_{\max} = \frac{T}{Z_p} = \frac{16T}{\pi(1-k^4)d_2^3} \tag{4・12}$$

$$\sigma_{\max} = M \frac{d_2}{2} / I_z = \frac{M}{Z} = \frac{32M}{\pi(1-k^4)d_2^3} \tag{4・13}$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi(1-k^4)\tau_a}}, \quad d_2 = \sqrt[3]{\frac{32M}{\pi(1-k^4)\sigma_a}} \tag{4・14}$$

ここで、 $k = d_1/d_2$ 。

4・1・5 ねじりモーメントと曲げモーメントが同時に作用する軸

design of shaft subjected to both torsion and bending moment

実際の機械では、曲げモーメントを受けながらトルクを伝達する軸が多い、

図4・4に示すような平面応力状態において、 σ_x 、 σ_y を垂直分応力、 τ_{xy} をせん断分応力とすると、主応力 σ_1 、 σ_2 は、

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \tag{4・15}$$

となる、式(4・10)および式(4・4)を図4・5に示すようなねじりモーメント T と曲げ

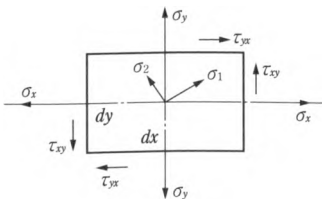


図4・4 平面応力状態における応力

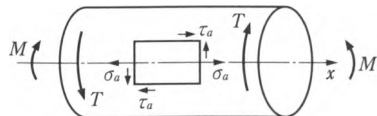


図4・5 曲げモーメントとねじりモーメントを受ける軸

モーメント M が作用する軸の応力状態に適用すると、

$$\sigma_x = \sigma_a = \frac{M}{Z} = \frac{32M}{\pi d^3}, \quad \sigma_y = 0$$

$$\tau_{xy} = \tau_a = \frac{T}{Z_p} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{T}{2Z}$$

とおくことができる。したがって、主応力 σ_1, σ_2 およびせん断応力 τ はつぎのように求まる。

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\sigma_a \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} = \frac{1}{2Z}(M \pm \sqrt{M^2 + T^2}) \quad (4.16)$$

$$\tau = \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \quad (4.17)$$

ここで、 $\sigma_1 = \frac{M_e}{Z}$ 、 $\tau = \frac{T_e}{Z_p}$ とおくと、

$$M_e = \frac{1}{2}(M + \sqrt{M^2 + T^2}) = \frac{1}{2}(M + T_e) \quad (4.18)$$

$$T_e = \sqrt{M^2 + T^2}$$

が得られる。ここで、 M_e および T_e をそれぞれ相当曲げモーメントおよび相当ねじりモーメントと呼ぶ。したがって、ねじりモーメントと曲げモーメントが同時に作用する場合には、 M_e および T_e を求め、それらを式(4.5)、(4.11)に代入し、いずれか大きいほうの軸径を選定すればよい。

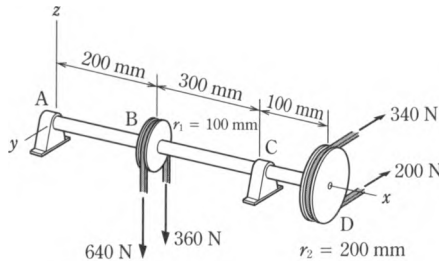
曲げモーメントやねじりモーメントは、時間的に変動する負荷として軸に加わることが多い。その場合、軸に加わる負荷条件によってモーメントを補正する必要があり、補正係数(動的効果係数)の目安を表4.2に示す。この動的効果係数 k_t 、 k_m を考慮しなければならない場合は、式(4.5)、(4.11)あるいは式(4.14)におけ

表4.2 モーメントを受ける軸における動的効果係数

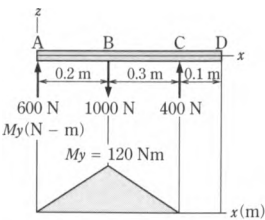
負荷条件	回転軸		静止軸	
	k_t	k_m	k_t	k_m
時間的にほとんど変動しない荷重 (静荷重)	1.0	1.5	1.0	1.0
時間的に変動する荷重(動荷重), 軽い衝撃荷重	1.0~1.5	1.5~2.0	1.5~2.0	1.5~2.0
激しい衝撃荷重	1.5~3.0	2.0~3.0		

る T および M を $k_t T$, $k_m M$ に置き換えればよい。

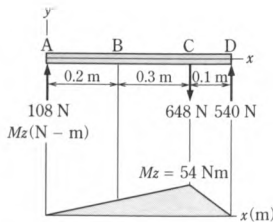
〔例題 4・2〕 図 4・6 のように、軸受で支持された全長 600 mm の回転軸に、半径 100 mm と 200 mm の二つのプーリが取り付けられている。プーリの位置とベルトの張力を図 (a) のように定め、材料の許容垂直応力と許容せん断応力をそれぞれ 110 MPa, 50 MPa としたとき、軸径を求めよ。



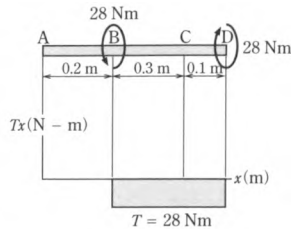
(a)



(b)



(c)



(d)

図 4・6 例題 4・2 の図

〔解〕 プーリの張力から、軸に働く荷重とトルクは図 (b) ~ (d) のようになる。ここで、軸に働く荷重は zx および xy の二平面に働くので、それぞれの平面に生じる曲げモーメント M_y および M_z は、

$$M_y = 600 \times 0.2 = 120 \text{ Nm}$$

$$M_z = 540 \times 0.1 = 54 \text{ Nm}$$

これより、曲げモーメント線図を描くと図 (b), (c) のようになる。ところで、最大曲げモーメントは二平面の曲げモーメントの合モーメントとして求める必要があるので、B 点および C 点の最大曲げモーメントを求めると、

B 点において、

$$M_{\max} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(120)^2 + \left(\frac{54 \times 0.2}{0.5}\right)^2} = 122 \text{ Nm}$$

C点において,

$$M_{\max} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(0)^2 + (54)^2} = 54 \text{ Nm}$$

となり, 最大曲げモーメントはB点に作用するのがわかる.

つぎに, BD間の軸に働くトルクは,

$$T = (340 - 200) \times 0.2 = 28 \text{ Nm}$$

したがって, トルク線図は図(d)のようになる. 以上, 曲げモーメント線図とトルク線図の検討から, B点の最大応力に着目すればよいことがわかる.

題意より, $k=0$ とおけるので, 式(4.18)より,

$$M_e = \frac{1}{2}(M + \sqrt{M^2 + T^2}) = \frac{1}{2}(122 + \sqrt{(122)^2 + (28)^2}) = 124$$

$$T_e = \sqrt{M^2 + T^2} = \sqrt{(122)^2 + (28)^2} = 125$$

式(4.11), (4.5)より, 軸径はつぎのように計算することができる.

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi \sigma_a} M_e} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi \times 110 \times 10^6} 124} = 0.0226 \text{ m}$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \tau_a} T_e} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \times 50 \times 10^6} 125} = 0.0234 \text{ m}$$

したがって, 軸径は 25 mm とする.

4.1.6

軸力が付加される場合

effect of additional axial load on shaft design

曲げやねじりモーメントが作用している回転軸に, 軸力(軸方向荷重)が付加される事例は多いが, 一般に軸の強度設計に及ぼす影響は小さい. しかし, 軸力が相当地に大きい場合には, その影響を検討しておく必要がある.

回転軸に曲げモーメント, ねじりモーメントおよび軸力が同時に作用するときの最大垂直応力 σ_{\max} と最大せん断応力 τ_{\max} は, それぞれつぎのように表すことができる.

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma + \sigma_p) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma + \sigma_p)^2 + 4\tau^2} \quad (4.19)$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma + \sigma_p)^2 + 4\tau^2} \quad (4.20)$$

ただし、

$$\sigma_p = \frac{4\eta P}{\pi(1-k^2)d_2^2} \tag{4.21}$$

ここで、 σ_p は軸力だけが作用するときの垂直応力である。また、 η は軸力が圧縮荷重である場合に、座屈の影響を考慮するための係数であり、表4・3に示す値が用いられる。

式(4.19)、(4.20)に式(4.12)、(4.13)および式(4.21)を代入すると、軸

に曲げモーメント、ねじりモーメントおよび軸力が同時に作用するときの最大垂直応力と最大せん断応力は、以下のように導くことができる。

$$\sigma_{\max} = \frac{16}{\pi(1-k^4)d_2^3} \times \left[M + \frac{P\eta(1+k^2)d_2}{8} + \sqrt{\left\{ M + \frac{P\eta(1+k^2)d_2}{8} \right\}^2 + T^2} \right] \tag{4.22}$$

$$\tau_{\max} = \frac{16}{\pi(1-k^4)d_2^3} \sqrt{\left\{ M + \frac{P\eta(1+k^2)d_2}{8} \right\}^2 + T^2} \tag{4.23}$$

表4・3 座屈効果の係数 η

荷重の種類	η の値
引張り荷重	$\eta = 1$
圧縮荷重	$\eta = 1 / \{1 - 0.004(l/n\sqrt{s})\}$. ただし、 $l/n < 110$. $\eta = (\sigma_s / \pi^2 E) (l/n)^2$. ただし、 $l/n \geq 110$.

(注) l : 軸受間距離, $k = d_1/d_2$, n : 軸の断面二次半径 (中実軸 $n = d/4$, 中空軸 $n = \sqrt{1+k^2} d_2/4$), σ_s : 圧縮降伏点, E : 縦弾性係数, s : 端末係数 (玉軸受など自由支持に近い場合 $s = 1$, 幅のある平軸受の場合 $s = 2.5$, 完全固定の場合 $s = 4$).

日本機械学会 (編): 機械工学便覧, B1, 1985.

〔例題4・3〕 回転数 $n = 600$ rpm で $H = 5$ kW の動力を伝達している鋼製中実軸に $M = 200$ Nm の曲げモーメント, $P = 20000$ N の引張り荷重が同時に作用している。材料の許容せん断応力 $\tau_a = 60$ MPa とするとき、最大せん断応力説に従って軸径を定めよ。

〔解〕 軸力が付加される場合、式(4.22)、(4.23)から d_2 の代数解を求めることはできない。ここでは、非線形方程式の代表的な数値解法である

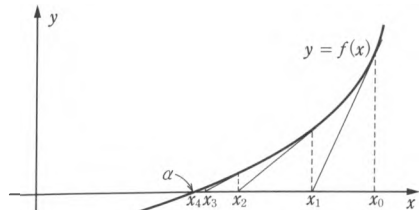


図4・7 ニュートン-ラフソン法の解法原理

ニュートン-ラフソン (Newton-Raphson) 法を適用する。

ニュートン-ラフソン法の解法原理は図4・7に示すようで、非線形関数 $f(x) = 0$ の根 α を、導関数を利用した逐次近似により求めるものである。

式(4・23)に $k=0$, $d_2=x$, $\tau_{\max}=\tau_a$, $\eta=1$ とおき、右辺を左辺に移項すると、

$$f(x) = \tau_a - \frac{16}{\pi x^3} \sqrt{\left(M + \frac{Px}{8}\right)^2 + T^2} = 0$$

関数 $f(x)$ の導関数は、

$$f'(x) = \frac{48}{\pi x^4} \sqrt{\left(M + \frac{Px}{8}\right)^2 + T^2} - \frac{8MP + P^2x}{4\pi x^3 \sqrt{\left(M + \frac{Px}{8}\right)^2 + T^2}}$$

まず、 x の初期値を定めるにあたり、式(4・23)で $P=0$ としたときの d_2 が真値 α に近いと考えられるので、これを x_0 とする。すなわち、

$$x_0 = 26.338 \times 10^{-3}$$

このとき、

$$f(x_0) = -1.7532 \times 10^{-7}, \quad f(x_0)/f'(x_0) = -2.1309 \times 10^{-3}$$

つぎに、同図より、

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

の関係を用いて初期値を修正すると、

$$x_1 = 28.469 \times 10^{-3}, \quad f(x_1) = -2.3777 \times 10^6,$$

$$f(x_1)/f'(x_1) = -3.9342 \times 10^{-4}$$

以上の計算を繰り返すと、表4・4に示す結果が得られる。

これより、 $x_4 = 28.873 \times 10^{-3}$ のとき $f(x_4)$ と $f(x_4)/f'(x_4)$ は十分に小さく、これを根としてさしつかえないことがわかる。したがって、軸径は 30 mm とする。

表4・4 解が収束するまでの過程

i	x_i	$f(x_i)$	$f(x_i)/f'(x_i)$
0	26.338×10^{-3}	-1.7352×10^7	-2.1309×10^{-3}
1	28.469×10^{-3}	-2.3777×10^6	-3.9342×10^{-4}
2	28.862×10^{-3}	-6.1486×10^4	-1.0722×10^{-5}
3	28.873×10^{-3}	-4.3653×10	-7.6232×10^{-9}
4	28.873×10^{-3}	-2.2036×10^{-5}	-3.8481×10^{-15}

4・1・7 段付き軸における応力集中の影響

stress concentration of stepped shaft

軸では、加工や設計の関係から、軸の各部において直径を変化させる場合が多い。このような軸直径が変化する軸を段付き軸といい、段付き軸に曲げモーメント、ねじりモーメント、引張り荷重が加わると、段の部分に応力が集中することは、すでに述べたとおりである。段部に生じる最大応力を応力集中のない部分の平均応力 σ_0 で除した値を応力集中係数というが、段付き軸に曲げモーメント、ねじりモーメントあるいは引張り荷重が加わった場合の応力集中係数 α_m , α_t , α は、2章の図 2・9 を参照されたい。

応力集中を考慮して軸径を求める場合には、

$$\sigma = \alpha_m \sigma_0 \leq \text{許容曲げ応力, あるいは}$$

$$\tau = \alpha_t \tau_0 \leq \text{許容せん断応力, あるいは}$$

$$\sigma = \alpha \sigma_0 \leq \text{許容引張り応力}$$

を満たすことが必要である。

4・1・8 軸の剛性

shaft stiffness

軸に一定以上の曲げモーメントが加わると、軸と軸受間や歯車同士の片当たりの原因となる。また、一定以上のねじりモーメントが加わった場合も、駆動側の回転が出力側に正しく伝動されなかったりする。したがって、このような場合の軸径の選定では、軸の曲げ剛性やねじり剛性を考慮する必要がある。

(1) 軸の曲げ剛性 (bending stiffness of shaft)

一例として、両端を単純支持された長さ l の軸を図 4・8 に示す。軸の中央に荷重 W が加えられたときの軸のたわみは、つぎのように与えられる。

$$\delta = Wx(3l^2 - 4x^2)/48EI \quad (4\cdot24)$$

ここで、 E : 縦弾性係数、 I : 断面二次モーメント、

したがって、最大たわみは $x = l/2$ で得ら

れるので、

$$\delta = Wl^3/48EI = \frac{4}{3} \frac{Wl^3}{\pi Ed^4}$$

となる。

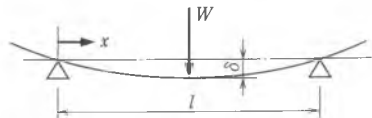


図 4・8 単純支持された軸のたわみ

ここで、軸の曲げ剛性はつぎのように定義される。

$$k_{\delta} = \frac{W}{\delta} = \frac{3}{4} \frac{\pi E d^4}{l^3}$$

軸のたわみの許容値は、表4・5に示すように、軸の用途によって定められているので、その値を用いて軸径の選定を行ってもよい。

表4・5 軸のたわみとねじりの許容値

(a) たわみ量の許容値 δ / (1 m 当たり)

一般運動軸	等分布荷重	$\delta \leq 0.3 \text{ mm/m}$
	中央集中荷重	$\delta \leq 0.33 \text{ mm/m}$
タービン軸	円筒形	$\delta \leq 0.026 \sim 0.128 \text{ mm/m}$
	円板形	$\delta \leq 0.128 \sim 0.165 \text{ mm/m}$
歯車をもつ運動軸		最大たわみ角 $i \leq 0.001 \text{ rad}$

(b) ねじり量の許容値 θ / (1 m 当たり)

普通静荷重軸	$\theta < 0.33^\circ/\text{m}$
変動荷重を受ける軸	$\theta < 0.25^\circ/\text{m}$
急激な繰返し荷重 長い送り軸	$\theta < 0.17^\circ/\text{m}$

岡野修一 (編) : 活用自在機械データ便覧 : オーム社, 1973.

(2) 軸のねじり剛性 (torsional stiffness of shaft)

図4・2に示したように、軸端にねじりモーメントが加わる場合を考える。幾何学的な関係より、

$$\gamma = \frac{(d/2)}{l} \theta \quad (4 \cdot 25)$$

一方、フックの法則より、 G を横弾性係数とすると、

$$G\gamma = G \frac{d}{2l} \theta = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (4 \cdot 26)$$

したがって、ねじれ角 θ とねじり剛性 k_{θ} は、

$$\theta = \frac{32l}{\pi d^4 G} T \text{ (rad)}, \quad k_{\theta} = \frac{T}{\theta} = \frac{\pi d^4 G}{32l} \quad (4 \cdot 27)$$

となる。軸のねじりの許容値についても、軸の用途によって決められており、それらの値は表4・5に併記している。

〔例題 4・4〕 軸受間距離が 600 mm の給水ポンプ用の鋼製中実丸軸がある。その軸の中央には、直径 200 mm、質量 5 kg の両吸込み羽根車が設けられている。このポンプの出力を 5 kW、回転数を 900 rpm とするとき、軸直径を曲げ剛性とねじり剛性から決定せよ。ここで、 $E=206 \text{ GPa}$ 、 $G=79 \text{ GPa}$ とする。

〔解〕 ポンプ軸に加わるトルク T を求めると、

$$T = \frac{W \times 60}{2\pi N} = \frac{5000 \times 60}{2\pi \times 900} = 53 \text{ Nm}$$

タービン軸の許容ねじり量を $1/4^\circ/\text{m}$ とすると、ねじり剛性から求める直径 d_T は、

$$d_T^4 = \frac{l}{\theta} \frac{32T}{\pi G} = \frac{1}{0.25 \times \frac{\pi}{180}} \times \frac{32 \times 53}{\pi \times 79 \times 10^9} = 1.57 \times 10^{-6}$$

$$\therefore d_T = 0.035 \text{ m}$$

つぎに、タービン軸の許容たわみ量を 0.15 mm/m とすると、曲げ剛性から求める直径 d_M は、

$$d_M^4 = \frac{64 W l^2}{48 E \pi} \frac{l}{\delta} = \frac{64 \times 5 \times 9.8 \times 0.6^2}{48 \times 206 \times 10^9 \times \pi} \frac{1}{0.15 \times 10^{-3}} = 2.42 \times 10^{-7}$$

$$\therefore d_M = 0.022 \text{ m}$$

よって、 $d = 35 \text{ mm}$ とする。

〔例題 4・5〕 図 4・9 に示すような両端を単純支持した長さ l の段付き軸の中央に P の集中荷重が働いている。 $l_1 = l_2 = l_3 = l_4$ ならびに $I_1 = I_3$ 、 $I_2 = 2I_1$ としたときの軸中央部の曲げ剛性を計算せよ。ただし、 I_1 、 I_2 、 I_3 は軸の各部の断面二次モーメントとする。

〔解〕 このような段付き軸においては、断面二次モーメントが異なる部分ごとに、たわみ曲線を求める必要がある。ただし、AC 間と CE 間では曲げモーメントと断面二次モーメントが左右対称となるので、AB 間と BC 間だけを考える。

AB 間における曲げモーメント $M = (P/2)x$ によるたわみ角は、

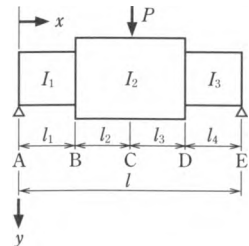


図 4・9 段付き軸

$$\frac{dy_1}{dx} = -\frac{P}{4EI_1}x^2 + C_1$$

たわみは,

$$y_1 = -\frac{P}{12EI_1}x^3 + C_1x + C_2$$

$x=0$ のとき, $y_1=0$ であるから, $C_2=0$.

$$\therefore y_1 = -\frac{P}{12EI_1}x^3 + C_1x$$

BC 間における曲げモーメント $M = (P/2)x$ によるたわみは,

$$y_2 = -\frac{P}{12EI_2}x^3 + C_3x + C_4$$

$x=l/2$ のとき, $dy_2/dx=0$ であるから,

$$C_3 = \frac{P}{4EI_2} \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{Pl^2}{16EI_2}$$

$$\therefore \frac{dy_2}{dx} = -\frac{P}{4EI_2}x^2 + \frac{Pl^2}{16EI_2}$$

$$y_2 = -\frac{P}{12EI_2}x^3 + \frac{Pl^2}{16EI_2}x + C_4$$

$x=l/4$ のとき, $dy_1/dx = dy_2/dx$ であるから,

$$-\frac{P}{4EI_1} \left(\frac{l}{4}\right)^2 + C_1 = -\frac{P}{4EI_2} \left(\frac{l}{4}\right)^2 + \frac{Pl^2}{16EI_2}$$

$I_2 = 2I_1$ の関係を用いて, I_2 を消去すれば,

$$\begin{aligned} \therefore C_1 &= -\frac{P}{4EI_2} \left(\frac{l}{4}\right)^2 + \frac{Pl^2}{16EI_2} + \frac{P}{4EI_1} \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{-Pl^2 + 4Pl^2 + 2Pl^2}{128EI_1} \\ &= \frac{5Pl^2}{128EI_1} \end{aligned}$$

$$y_1 = -\frac{P}{12EI_1}x^3 + \frac{5Pl^2}{128EI_1}x$$

$x=l/4$ のとき, $y_1 = y_2$ であるから,

$$-\frac{P}{12EI_1} \left(\frac{l}{4}\right)^3 + \frac{5Pl^2}{128EI_1} \frac{l}{4} = -\frac{P}{12EI_2} \left(\frac{l}{4}\right)^3 + \frac{Pl^2}{16EI_2} \frac{l}{4} + C_4$$

$I_2 = 2I_1$ の関係を用いれば,

$$\therefore C_4 = -\frac{P}{12EI_1} \left(\frac{l}{4}\right)^3 + \frac{5Pl^2}{128EI_1} \frac{l}{4} + \frac{P}{12EI_2} \left(\frac{l}{4}\right)^3 - \frac{Pl^2}{16EI_2} \frac{l}{4} = \frac{Pl^3}{768EI_1}$$

$$\therefore y_2 = -\frac{P}{24EI_1} x^3 + \frac{Pl^2}{32EI_1} x + \frac{Pl^3}{768EI_1}$$

$x = l/2$ のとき、 y_2 は最大となるので、

$$\begin{aligned} \therefore \delta = y_{2(x=l/2)} &= -\frac{P}{24EI_1} \left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{Pl^2}{32EI_1} \frac{l}{2} + \frac{Pl^3}{768EI_1} \\ &= \frac{-4Pl^3 + 12Pl^3 + Pl^3}{768EI_1} = \frac{9Pl^3}{768EI_1} \end{aligned}$$

したがって、軸中央部の曲げ剛性 K は、

$$K = \frac{P}{\delta} = \frac{768EI_1}{9l^3}$$

4・1・9

回転軸の危険速度

critical speed of rotating shafts

回転軸は、外部からの荷重に応じて変形するし、軸や軸に付属する部品は、それ自身が質量をもつことから、軸の寸法・形状や材質・質量によって決まる固有の振動数をもっている。もし、軸の固有振動数が外荷重の変動振動数と一致すると、軸は共振を起こし、横方向に激しい振動を発生する。このような変動振動数を危険速度と称し、回転軸の設計に際しては、必ず考慮しておく必要がある。通常の軸では、縦方向の危険速度はきわめて高く、特別の場合を除いては考慮する必要はない。

長さ l 、断面積 A の一様断面をもつ回転軸の横方向の固有振動数は、

$$\omega_n = \frac{\alpha_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4 \cdot 28)$$

軸の質量を $m = \rho Al$ とおけば、

$$\omega_n = \alpha_n^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4 \cdot 29)$$

ここで、 α_n は振動数係数であり、 $n = 1 \sim 3$ の範囲では、軸の端末条件に応じて表 4・6 のような値をとる。

式(4・28)から明らかなように、回転軸には無数の危険速度が存在するが、設計

者が考慮しなければならないのは、最も振動数の低い一次の危険速度であり、考慮するとしてもせいぜい二次までである。

つぎに、軸に歯車やプーリなどの付加質量が取り付けられている場合の一次危険速度の簡単な推定方法について述べる。なお、軸を支持する軸受や軸受まわり部品の変形を考慮したり、高次の危険速度を精密に推定するには、有限要素法などを用いた数値計算が必要になる。

(1) 1 質点系と見なせる場合

図4・10に示すように、回転軸に比較的大きな質量 m が1個だけ取り付けられ、軸の自重を無視すれば、危険速度 ω_c (rad/s) は、

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{W/\delta}{W/g}} = \sqrt{\frac{g}{\delta}} \quad (4.30)$$

ここで、 δ は荷重 $W (= mg)$ による静たわみであり、 $k (= W/\delta)$ は軸の横方向剛性である。

(2) レーリーの式 (多質点系の場合)

レーリー (Rayleigh) の式は、系が自由振動しているとき、ばねに貯えられた最大位置エネルギーは、その系に現れる最大運動エネルギーに等しいという原理にもとづいている。いま、図4・11に示すように、軸に質量 m_1, m_2, \dots, m_n の回転体を取り付けられ、これらの回転体により静たわみ $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ が生じているとき、位置エネルギーと運動エネルギーの最大値は、それぞれつぎのように導ける。

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i g \delta_i \right) \quad (4.31)$$

$$T_{\max} = \frac{\omega^2}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2 \right) \quad (4.32)$$

$V_{\max} = T_{\max}$ のときの ω を ω_c とおけば、

表4・6 軸の支持条件による振動数係数

端末条件	α_1	α_2	α_3
支持-支持	π	2π	3π
固定-固定	4.730	7.853	10.966
固定-支持	3.927	7.069	10.210
固定-自由	1.875	4.694	7.855

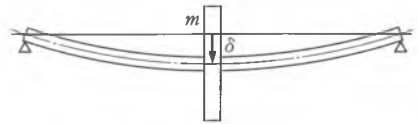


図4・10 1個の付加質量をもつ回転軸

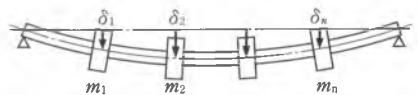


図4・11 複数個の付加質量をもつ回転軸

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n m_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2}} \quad (4.33)$$

上式は、 $i=1$ のとき式(4.30)に一致する。

(3) ダンカレーの式 (多質点系の場合)

ダンカレー (Dunkerley) は、 n 個の回転体に取り付けられている軸の一次危険速度に対して、つぎのような近似式を導いている。

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \quad (4.34)$$

ここで、 ω_i は n 個のうち i 番目の回転体だけが取り付けられているとし、それぞれの静たわみ δ_i を式(4.30)に代入して得られる危険速度である。

軸の自重を考慮する場合は、式(4.34)の右辺に式(4.28)を付け加えればよい。

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_{ci}^2} \right) + \frac{1}{\omega_n^2} \quad (4.35)$$

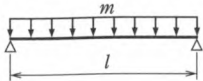
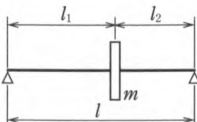
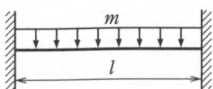
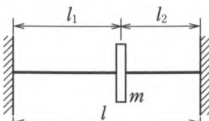
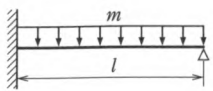
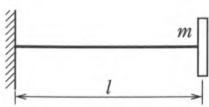
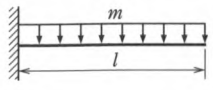
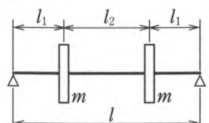
以上、回転軸の固有振動数と危険速度について述べたが、実際の設計に際しては、以下の点に留意しておく必要がある。

- ① 軸を支持する軸受や軸まわりの変形により、危険速度は 10～30%程度低下する場合がある。
- ② 常用回転数は、最大でも一次危険速度の 80%以下に設定する。
- ③ 常用回転数が、一次と二次危険速度の間にある場合は、両者から少なくとも 20%以上離れた回転数に設定する。
- ④ 加減速時に一次危険速度をまたいで使用する場合は、一次危険速度を速やかに通過させる。

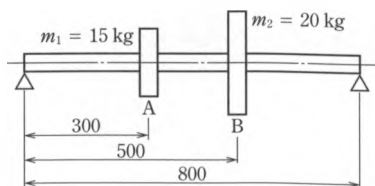
レーリーの式による危険速度は真値よりも大きくなり、ダンカレーの式では真値よりも小さくなる。

参考までに、軸の支持方法および負荷の種類による危険速度を表 4.7 にまとめて示す。

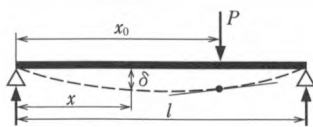
表4.7 軸の危険速度

種別	危険速度	種別	危険速度
①	 $\omega_c = \sqrt{\frac{97.4EI}{ml^3}}$	⑤	 $\omega_c = \sqrt{\frac{3EI}{ml_1^2 l_2^2}}$
②	 $\omega_c = \sqrt{\frac{501EI}{ml^3}}$	⑥	 $\omega_c = \sqrt{\frac{3EI^3}{ml_1^3 l_2^3}}$
③	 $\omega_c = \sqrt{\frac{238EI}{ml^3}}$	⑦	 $\omega_c = \sqrt{\frac{3EI}{ml^3}}$
④	 $\omega_c = \sqrt{\frac{12.4EI}{ml^3}}$	⑧	 $\omega_c = \sqrt{\frac{6EI}{ml_1^2(3l-4l_1)}}$

〔例題4.6〕 図4.12(a)に示すように、長さ $l=800$ mm、直径 $d=40$ mm の鋼製回転軸が両端単純支持され、軸の一端から 300 mm の位置 (A 点) および 500 mm の位置 (B 点) にそれぞれ質量 $m_1=15$ kg および $m_2=20$ kg の円板が取り付けられている。レーリーとダンカリーの式を用いて危険速度を求めよ。ただし、材



(a) 付加質量を2個もつ回転軸



(b) 両端支持ばりのたわみ

図4.12 例題4.6の図

料の縦弾性係数と密度をそれぞれ $E = 206 \text{ GPa}$, $\rho = 7.86 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする。

〔解〕 軸（質量 m ）に付加質量が取り付けられていないときの危険速度 ω_n は、

$$m = 7.86 \times 10^3 \times (20 \times 10^{-3})^2 \times \pi \times 0.8 = 7.9 \text{ kg}$$

$$I = \pi \times 0.04^4 / 64 = 1.26 \times 10^{-7}$$

より、

$$\omega_n = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} = \sqrt{\frac{97.4 \times 206 \times 10^9 \times 1.26 \times 10^{-7}}{7.9 \times 0.8^3}} = 791 \text{ rad/s}$$

ところで、図 4・12(b) に示す長さが l で、一端から x_0 の位置に集中荷重 P が働く軸の位置 x におけるたわみ δ は、

$$\delta = -\frac{Pl^3}{6EI} \cdot \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x_0}{l}\right) \left(\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x_0}{l} + \frac{x_0^2}{l^2}\right) \quad (x \leq x_0) \quad (1)$$

$$\delta = -\frac{Pl^3}{6EI} \cdot \frac{x_0}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x}{l} + \frac{x_0^2}{l^2}\right) \quad (x_0 \leq x \leq l) \quad (2)$$

そこで、

① A 点に m_1 だけが取り付けられているときの A 点のたわみは、式(1)において、 $P = m_1g$, $x = 0.3$, $x_0 = 0.3$ を代入すれば、

$$\begin{aligned} \delta_1 &= -\frac{15 \times 9.8 \times 0.8^3}{6 \times 206 \times 10^9 \times 1.26 \times 10^{-7}} \cdot \frac{0.3}{0.8} \left(1 - \frac{0.3}{0.8}\right) \left(\frac{0.3^2}{0.8^2} - 2\frac{0.3}{0.8} + \frac{0.3^2}{0.8^2}\right) \\ &= 5.31 \times 10^{-5} \text{ m} \end{aligned}$$

② B 点に m_2 だけが取り付けられているときの A 点のたわみは、式(1)に $P = m_2g$, $x = 0.3$, $x_0 = 0.5$ を代入すれば、同様に、

$$\delta_2 = 6.51 \times 10^{-5} \text{ m}$$

③ A 点に m_1 だけが取り付けられているときの B 点のたわみは、式(2)に $P = m_1g$, $x = 0.5$, $x_0 = 0.3$ を代入すれば、同様に、

$$\delta_3 = 4.88 \times 10^{-5} \text{ m}$$

④ B 点に m_2 だけが取り付けられているときの B 点のたわみは、式(2)に $P = m_2g$, $x = 0.5$, $x_0 = 0.5$ を代入すれば、同様に、

$$\delta_4 = 7.08 \times 10^{-5} \text{ m}$$

したがって、軸に m_1 と m_2 が同時に取り付けられたときの A 点のたわみは、

$$\delta_a = \delta_1 + \delta_2 = 5.31 \times 10^{-5} + 6.51 \times 10^{-5} = 1.18 \times 10^{-4}$$

同様に、軸に m_1 と m_2 が同時に取り付けられたときの B 点のたわみは、

$$\delta_b = \delta_3 + \delta_4 = 4.88 \times 10^{-5} + 7.08 \times 10^{-5} = 1.20 \times 10^{-4}$$

以上の結果を式(4・33)のレーリーの式に適用すると、

$$\begin{aligned}\omega_c &= \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n m_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2}} = \sqrt{\frac{g(m_1 \delta_a + m_2 \delta_b)}{m_1 \delta_a^2 + m_2 \delta_b^2}} \\ &= \sqrt{\frac{9.8(15 \times 1.18 \times 10^{-4} + 20 \times 1.20 \times 10^{-4})}{15 \times (1.18 \times 10^{-4})^2 + 20 \times (1.20 \times 10^{-4})^2}} = 287 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

つぎに、式(4・34)のダンカレーの式に適用すると、

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{\delta_1}} = \sqrt{\frac{9.8}{5.31 \times 10^{-5}}} = 430$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{\delta_4}} = \sqrt{\frac{9.8}{7.08 \times 10^{-5}}} = 372$$

軸の質量を無視すると、

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_{ci}^2} \right) = \frac{1}{430^2} + \frac{1}{372^2} = 1.26 \times 10^{-5}$$

$$\omega_c = 281 \text{ rad/s}$$

軸の質量を考慮すると、式(4・35)より、

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_{ci}^2} \right) + \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{430^2} + \frac{1}{372^2} + \frac{1}{791^2} = 1.42 \times 10^{-5}$$

$$\omega_c = 265 \text{ rad/s}$$

4・2

キーとスプライン、セレーション

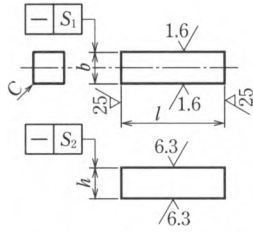
keys, splines and serrations

4・2・1

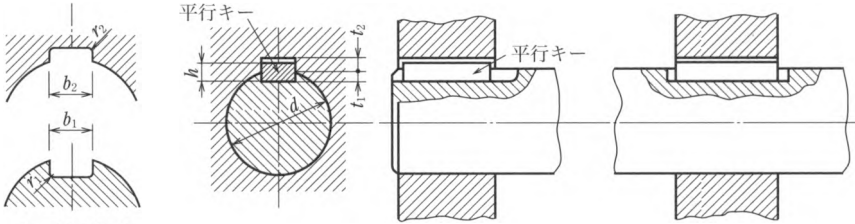
キーの種類

types of keys

キーは、軸と歯車、プーリ、軸継手などを結合して動力を伝達するための要素であり、図4・13～図4・15に示すような3種類のキーが規格化(JIS B 1301)されている。キーには、キーの上下面が平行な平行キーと、片面に1/100の勾配をもつこう配キー、片面が半円形の半月キーがある。これらのキーでは、軸側と穴側にキーを固定するためのキー溝が設けられる。こう配キーは、軸と穴のがたを防ぐために

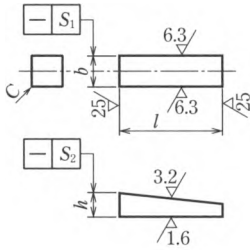


(a) キー本体の形状・寸法

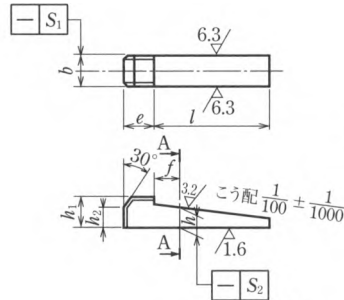


(b) キー溝の形状・寸法

図4-13 平行キー

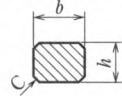


頭なしこう配キー

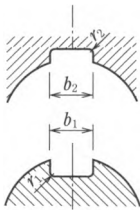


頭付きこう配キー

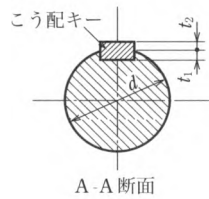
A-A断面(拡大図)



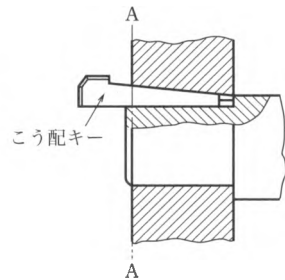
(a) キー本体の形状・寸法



キー溝の断面



A-A断面



(b) キー溝の形状・寸法

図4-14 こう配キー

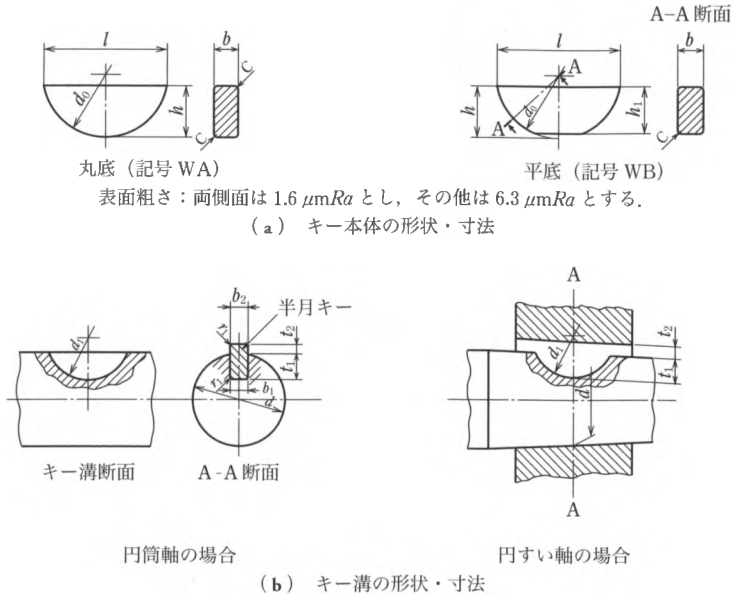


図 4-15 半月キー

用いられるが, キーの打込みにより軸と穴の中心がずれるため, 高速・高精度の回転軸には使用できない. 半月キーは, キー溝の加工が容易であり, また, キー溝に対する傾きが自動的に修正されるため, テーパー軸に多く使用される.

4.2.2

キーの選定とキー溝をもつ軸の強さ

selection of key and strength of shaft with keyway

キーの材料には, 一般には引張り強さ 600 MPa 以上の炭素鋼が使用されるので, キーの許容せん断応力 τ_a は 30 ~ 40 MPa, 許容面圧 p_a は 100 ~ 150 MPa が選ばれる. ただし, 穴側を軸方向に摺動させる場合には, キーの面圧を 10 MPa 以下にする必要がある. 軸直径を d , キーの幅 b , キーの有効長さ l , 穴側キー溝の深さ t_2 とすると, 伝達しうる最大トルクは, 許容せん断応力 τ_a および許容面圧 p_a から, それぞれつぎのように与えられる.

$$T_\tau = \tau_a l b d / 2, \quad T_p = p_a l t_2 d / 2 \quad (4.36)$$

これらのうち, いずれか小さいほうが伝達しうる最大トルクとなる.

キー溝を設けた軸は, キー溝部分に応力集中が生じるために, キー溝がない軸に比べて軸の強度が低下する. したがって, キー溝付きの軸のねじり応力 τ' と, そ

れと同径でキー溝なしのねじり応力 τ の比を e とすると、その比は以下のムーア (Moore) の実験式で与えられる。

$$e = \frac{\tau'}{\tau} = 1.0 - 0.2 \frac{b}{d} - 1.1 \frac{t}{d} \quad (4 \cdot 37)$$

ここで、 b : キーの幅、 t : キー溝深さ、 d : 軸直径。

また、以下のようなキー溝付き軸に対する簡易計算法もある。

① JIS で規格化されたキーの寸法を上式に代入し、 e の値を求めると、20 mm 以上の軸直径では、 $e = 0.75 \sim 0.85$ 程度となることから、キー溝がある場合の許容応力を、キー溝なしの場合の 75% として取り扱う。

② キー溝をもつ軸の強さを求める際、図 4・16 に示すように、キー溝の底面に接する内接円を仮想的な軸と考え、強さを算出する。

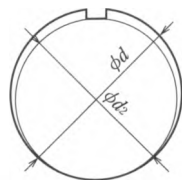


図 4・16 キー溝付き軸の仮想直径

〔例題 4・7〕 回転数 $N = 1300$ rpm で、 $W = 3.7$ kW の電動モータがある。このときのモータ軸と従動軸を平行キーで連結しようと思う。上記の簡易計算法 ① を用いて、キーの形状と軸の直径を求めよ。ただし、軸の許容せん断応力 $\tau_a = 30$ MPa とし、キーの許容面圧 $p_a = 150$ MPa、許容せん断応力 $\tau_k = 40$ MPa とする。

〔解〕 モータのトルクを求めると、

$$T = \frac{30W}{\pi N} = \frac{30 \times 3700}{\pi \times 1300} = 27.2 \text{ Nm}$$

軸の許容せん断応力を $0.75\tau_a$ として軸径を計算すると、

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \tau_a}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 27.2}{\pi \times 0.75 \times 3 \times 10^7}} = 0.0183 \text{ m}$$

題意より、円筒軸端の直径を選択することになるので、表 4・1 より軸径 $d = 19$ mm が求められる。

つぎに、キーの側面に働く力は、

$$P = T / (d/2) = 27.2 / (0.019/2) = 2860 \text{ N}$$

キーの長さ $l = d$ とすると、キー溝の深さ $t = h/2$ および幅 b は、

$$t = P / (lp_a) = 2860 / (0.019 \times 15 \times 10^7) = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$b = P / (l\tau_k) = 2860 / (0.019 \times 4 \times 10^7) = 3.76 \times 10^{-3} \text{ m}$$

JIS B 1301 を参考にして、 $b \times h = 4 \times 4$ のキーを選択する。

参考までに、式(4・37)より e を算出すると、 $e (d=19 \text{ mm}) = 0.84$ となり、簡易計算法①は、ムーアの実験式よりも安全率を大きく見積もっているが、実用にはほとんど影響はない。

4・2・3

スプラインとセレーション

splines and serration

スプラインは、複数のキーを軸の円周上に等間隔に取り付けた形をしており、軸と穴を結合して動力を伝達するために用いられる。スプライン (JIS B 1603) は、キーに比べて大きな動力を伝達できるとともに、はめあいをゆるめることにより、軸方向の摺動もスムーズに行うことができる。スプラインの歯形には、図4・17に示すように、角形 (溝数: $N=6 \sim 10$) やインポリュート (歯数: $N=6 \sim 40$) などがある。インポリュート歯の大きさの基本となるモジュールは、つぎに示す3系列15種類となっている。

第1系列: 0.5 1 1.25 1.667 2.5 5 10

第2系列: 0.75 3.75 7.5

第3系列: 1.5 2 3 4.5 6

第1および第2系列のモジュールは、それぞれ10および7.5を整数で除した値となっており、その呼び径は転がり軸受の内径に一致するものが多い。

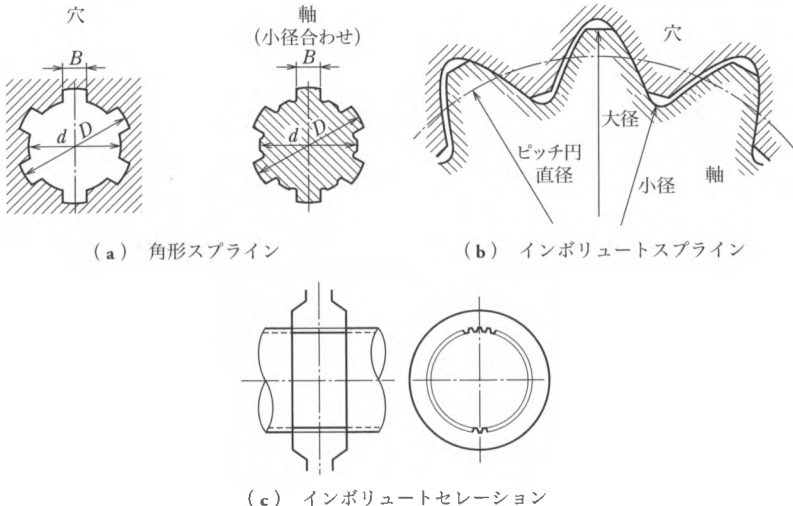


図4・17 スプラインとセレーションの形状

また，細い軸や穴では，スプラインの歯数が少なくなるので，歯のピッチを細かくしたセレーション（歯数 $N=10\sim 60$ ，モジュール $m=0.5, 0.75, 1.0, 2.0, 2.5$ ，圧力角 = 45度）も動力伝達に使用される。また，セレーションは，円周方向のかみあわせ位置を細かく変えられるという特徴も持っている。

スプラインおよびセレーションの伝達トルク T_D は，歯数が多いことから，せん断強度が大きいので，面圧強度によって決まる。伝達トルクは以下の式で与えられる。

$$T_D = \eta \frac{d_m}{2} N h_e l_e p_a \quad (4\cdot38)$$

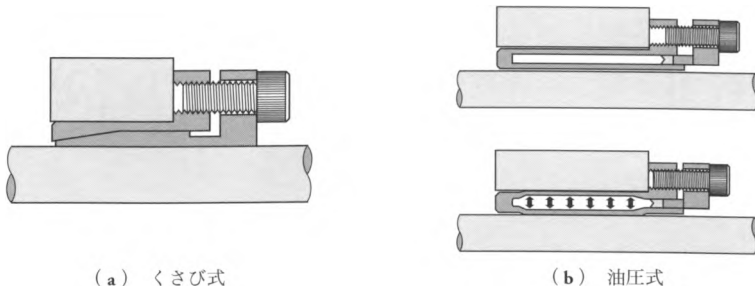
ここで， d_m ：平均直径， N ：歯数， h_e ：歯の有効高さ， l_e ：有効かみあわせ長さ， η ：歯の接触状況により決まる定数。加工精度により，0.3～0.9の値をとる。また許容面圧 p_a は，キーの場合より低く， $p_a=4\sim 7$ MPa 程度にとる。

4・2・4

摩擦継手

friction joints

一对のテーパリングによるくさび効果もしくは油圧を利用して，軸の外周面およびハブの内周面に大きな面圧を発生させ，この面圧にともなう摩擦力によってトルクと軸力を伝達する。軸とボスとの着脱が簡単で，位置決めや割出しも正確に行うことができる。また，伝達トルクも大きくとれるうえ，軸とボスへのキー溝加工が不要で，強度が低下しないなどの特長をもつが，キー結合と比較すると，軸径に対するボス径が大きくなるのと，コスト高になるのは避けられない。図4・18に摩擦継手の構造を示す。いずれの方式においても，締結用ねじを用いて面圧を与えるようになっている。



(a) くさび式

(b) 油圧式

図4・18 摩擦継手の構造¹⁾

4・3

軸継手

shaft couplings

軸継手は、駆動軸と従動軸を半永久的に結合してトルクもしくは回転を伝達するための機械要素であり、目的や用途に応じて多種多様なものが市販されている。代表的な軸継手を図4・19に示す。ところで、通常の場合、結合しようとする2軸間には、図4・20に示すような心ずれ誤差が存在する。したがって、軸継手選定の際には、まずはじめに、これらの誤差への対応方法を検討する必要がある、つぎのような3通りの方法が考えられる。

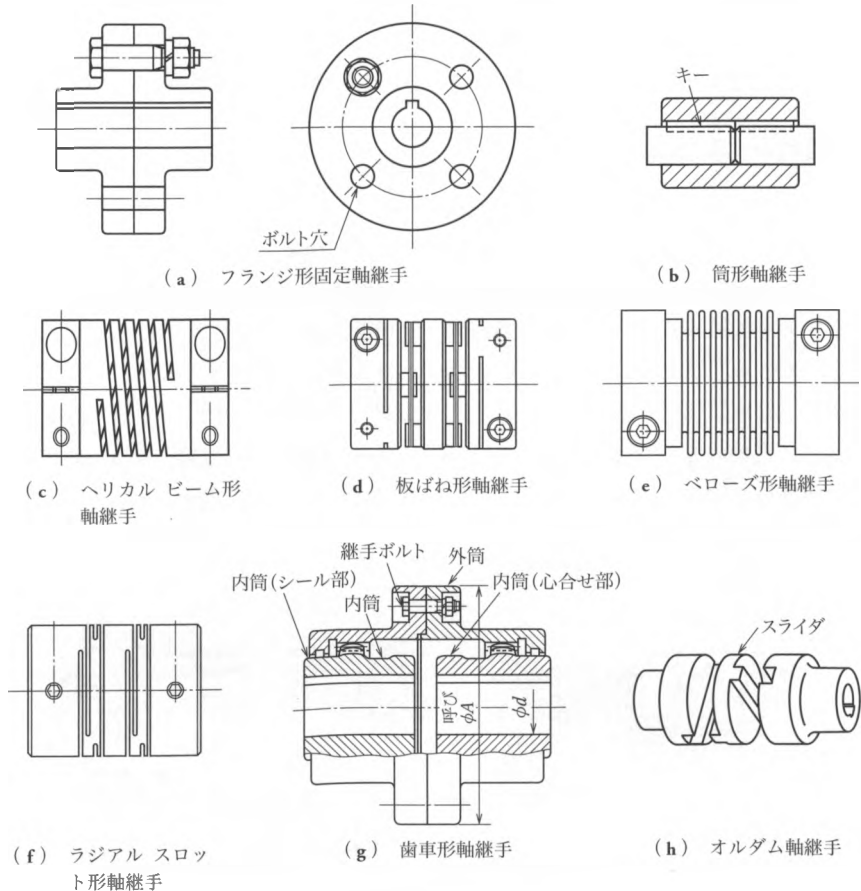


図4・19 軸継手の種類

① 機械や機器の設計段階において、部品の公差を追い込んで、できるだけ心ずれの生じないような設計を行うか、もしくは組立て時の調整（心合せ）を前提とした設計を行う場合…この方法では、コストの上昇は避けられないものの、固定軸継手（rigid shaft couplings）を使用することができ、ねじり剛性を増大することができる。

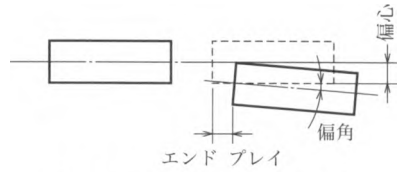


図 4・20 軸継手における心ずれ

② ある程度の心ずれの発生は、軸継手自体で矯正しうるような選定を行う場合…この方法では、たわみ軸継手（flexible couplings）が用いられる。部材の弾性を利用する弾性式（couplings with resilient component）とメカニズムや部品間のガタを利用する補正式（couplings with kinematic flexibility）がある。弾性式は、構造上のバックラッシュがなく、取扱いが容易である。

③ 機械や機器に要求される機能や、2軸の配置から、偏心・偏角・エンドプレイ（軸方向への移動や変形）をもつことが前提となる場合…この方法では、補正式たわみ軸継手が用いられるが、機構部品の摺動をとまなうので、摩擦・摩擦対策としての潤滑が必要となる。

4・3・1

軸継手の選定

selection of shaft couplings

軸継手には数多くの種類があるので、用途に応じた選定が必要となる。選定に際しては、以下のような点を検討しておく必要がある。

- ① 駆動機の種類と伝達トルク。
- ② 軸に働く負荷の種類と運転条件（回転数，稼働時間）。
- ③ 慣性モーメントとねじり振動（共振）。
- ④ 2軸間の心ずれの種類と許容値。
- ⑤ 軸とのはめあいと締結方法。
- ⑥ バックラッシュ許容の有無。
- ⑦ 振動・衝撃吸収性。
- ⑧ 潤滑の要否。
- ⑨ 使用環境（温度，湿度，油）。

上記以外に、位置決め装置のようなサーボ系に应用する際には、ねじり剛性、回

転伝達精度、軸反力変動などにも留意する必要がある。

4.3.2

軸継手の種類

types of shaft couplings

軸継手で結合する2軸の位置関係と心ずれの吸収方式によって分類したものを表4.8に示す。

表 4.8 軸継手の分類

2軸の位置関係による分類	名称		規格との対応	図示	
2軸が同一直線上にあるもの	固定軸継手	フランジ形固定軸継手	JIS B 1451	図 4.19(a)	
		筒形軸継手	—	図 4.19(b)	
2軸がほぼ同一直線上にあるもの	弾性式たわみ軸継手	フランジ形たわみ軸継手	JIS B 1452	—	
		ゴム軸継手	JIS B 1455	—	
		金属ばね軸継手	ヘリカルピーム	—	図 4.19(c)
			板ばね	—	図 4.19(d)
			ペローズ	—	図 4.19(e)
			ラジアルスロット	—	図 4.19(f)
	補正式たわみ軸継手	歯車形軸継手	JIS B 1453	図 4.19(g)	
	ローラチェーン軸継手	JIS B 1456	—		
2軸が偏心するもの	補正式たわみ軸継手	オルダム軸継手	—	図 4.19(h)	
2軸が交差(偏角)するもの	不等速形自在継手	こま形自在継手	JIS B 1454		
		フック継手	—	図 4.21	
	等速形自在継手	等速ボールジョイント	—	図 4.22	

(1) 固定軸継手 (rigid shaft couplings)

固定軸継手は、ピンやキー、ボルトを用いて2軸を完全に固定する形式であり、トルク以外にも曲げモーメントや軸力を伝達することができる。しかし、心ずれを許容できないので、組付け時の心合せには細心の注意を要する。

① フランジ形固定軸継手 (rigid flanged shaft coupling) ボルトのせん断力を利用してトルクを伝達する。したがって、 τ_a をボルトの許容せん断応力 (MPa)、 d をボルトの直径 (m)、 B をフランジボルト穴位置の平均直径 (m)、 n をボルトの数とすると、軸継手の最大伝達トルク T (Nm) は、つぎのように与えられる。

$$T = \frac{B}{2} n \frac{\pi}{4} d^2 \tau_a \quad (4.39)$$

許容回転数は、フランジに使用する材料により異なるが、4000～6000 rpm 程度で使用される。

② **筒形軸継手 (muff coupling)** ピンやキーあるいは軸と筒との間の摩擦力によってトルクを伝達する形式であり、上下割り構造となっている組立式のものもある。組立式軸継手は、軸径が25～200 mm 程度までのものが市販されており、一般に1000 rpm 以下の低速で使用し、大きなトルクを伝達できる。

(2) 弾性式たわみ軸継手

たわみ軸継手は一般にトルクのみを伝達し、曲げモーメントや軸力は伝達できない。しかし、心ずれを許容できるため、組立て性の容易さや振動低減性能の優位性から、たわみ軸継手を使用されることが多い。

① **金属ばね軸継手 (coupling with metallic flexibility)** 金属材料の弾性変形を利用し、トルクを伝達するものであり、連続板ばね (steel grid)、ヘリカルビーム (helical beam)、板ばね (disk)、ペローズ (bellows)、ラジアルスロット (radial slotted) など多種多様なものが製品化されている。この種の軸継手は、潤滑が不要なうえ、バックラッシュがないので、高い回転伝達精度を有することから、高精度な位置決め装置などに多く使用されている。

② **ゴム軸継手 (rubber coupling)** ゴムあるいは合成樹脂の弾性変形を利用してトルクを伝達する軸継手であり、外径のわりには許容回転数や最大伝達トルクは小さいが、振動吸収能力や衝撃吸収能力にすぐれている。また、フランジ形たわみ軸継手 (JIS B 1452) もゴムを利用したたわみ軸継手の一種である。

(3) 補正式たわみ軸継手

① **歯車形軸継手 (gear coupling)** 内歯をもつ外筒をボルトで結合し、外歯をもつ内筒を組み合わせた構造となっている。外歯の歯先には丸みが施してあり、偏角誤差やエンドプレイにも対応できる。ただし、外歯と内歯が相對運動をするため、潤滑を必要とする。許容回転数は4000 rpm 程度である。

② **ローラチェーン軸継手 (roller chain coupling)** チェーン sprocket にローラチェーンを組み合わせることにより、トルクを伝達する。偏心、偏角は、チェーンと sprocket 間のガタにより吸収する構造となっているが、あまり大きな心ずれには対応できない。なお、チェーンと sprocket 間にはすべりが存在するため、一般には潤滑を必要とする。

③ **オルダム軸継手** (Oldham's coupling) 2軸の軸心が平行で偏心している場合には、オルダム軸継手が用いられる。オルダム軸継手は、回転二重すべり子機構を応用した軸継手で、角溝をもつ対向する二つのフランジと、それにはめあう直交した突起を両面にもつ円板からなり、溝と突起間の摺動により偏心誤差を吸収する。したがって、摺動による摩擦・摩耗対策として潤滑が必要で、高速回転には不向きである。

④ **自在軸継手** (universal joint) 2軸が 30° 以下の角度をもって交差しながらトルクを伝達する場合に用いられる。球面両クランク機構を応用した軸継手で、こま形自在継手 (JIS B 1454)、フック継手 (Hooke's joint) などの種類があり、ユニバーサルジョイントと呼ばれている。

こま形およびフック継手では、駆動軸の角速度が一定であっても、従動軸の角速度は変動する。いま、2軸の交差角を α 、駆動軸および従動軸の角速度をそれぞれ ω_1 、 ω_2 、駆動軸の回転角を θ とすると、従動軸の角速度は、つぎのように与えられる。

$$\omega_2 = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos \theta} \omega_1 \quad (4.40)$$

従動軸の角速度を一定とするためには、図4.21に示すように、同一の交差角 α をもつ二組の継手を同一平面上で用いればよい。

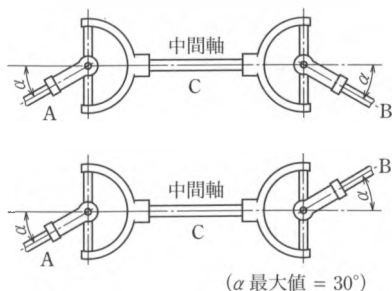


図4.21 フック継手の組合せによる等速化

⑤ **等速ボールジョイント** (constant velocity ball joint) 駆動軸と従動軸の交差角が変化しても、従動軸の角速度を一定にでき、かつ小型で大きなトルクを伝達できるので、自動車をはじめ種々の産業機械に利用されている。

図4.22にパーフィールド式ジョイント (Birfield joint) の構造を示す。このジョイントは、内外輪と6個の鋼球によって構成される。内輪と外輪の中心は、ジョイント中心Oに対し、軸方向に左右等距離だけオフセットし

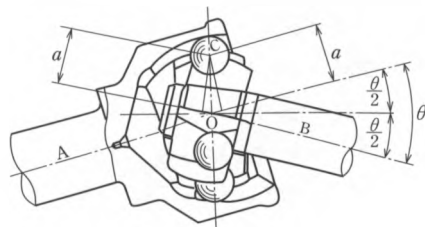


図4.22 等速ボールジョイント (パーフィールド式) による等速化²⁾

ている。これにより、内外輪が θ だけ傾いた場合でも、内外輪中心は、鋼球中心に対して常に等距離 a を保つことができる。したがって、鋼球中心における内輪の速度と外輪の速度が同じになり、等速でトルクを伝達することができる。

なお、使用する軸継手の許容トルク T は、駆動・従動軸間の心ずれ誤差を考慮して、駆動モータの瞬時最大トルクの1.5～3倍程度にとるのがよい。

4・3・3 サーボ機構用たわみ軸継手の特性

transmission characteristics of servo couplings

たわみ軸継手をサーボ機構に適用するとき、前にも述べたように、ねじり剛性、回転伝達精度（等速性）、軸反力変動などの性能が重要視される。ねじり剛性は、サーボ機構にとって最も基本的な性能であって、回転軸系の静的・動的剛性を支配する。

図4・23はヘリカルビーム形軸継手のトルクとねじれ角の関係を表す。同じサイズのたわみ軸継手の中では比較的剛性は低いが、ばね特性には良好な直線性が得られる。また、ハブと弾性体を一体構造にした利点により、行き戻りにともなうヒステリシスは、ごくわずかである。

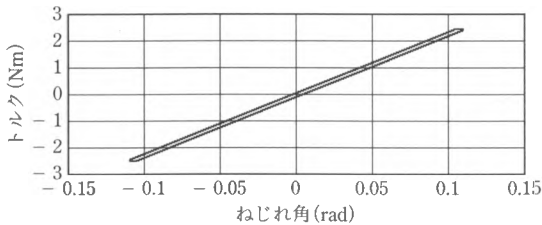
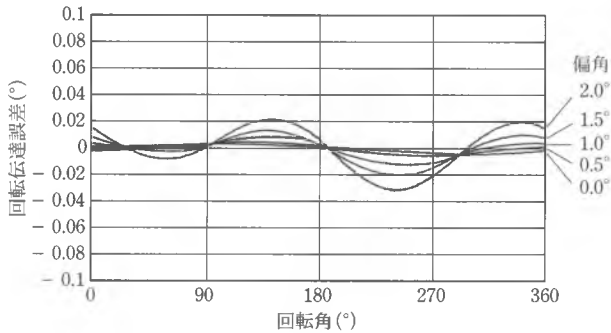


図4・23 ヘリカルビーム形軸継手のトルクとねじれ角

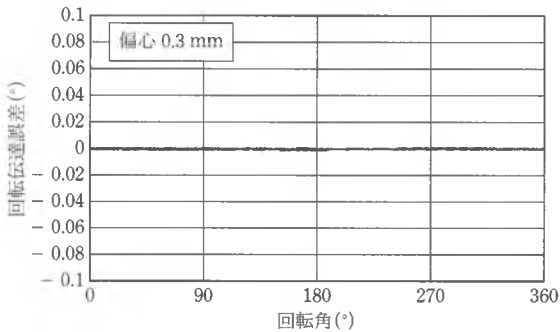
板ばね形軸継手の回転伝達誤差の測定例を図4・24に示す。同図(a)および(b)は、それぞれ単列板ばね形に偏角を与えたとき、および複列板ばね形に偏心を与えたときの駆動・従動軸間に生じる回転伝達誤差を表す。単列形に偏角を与えたときは、1回転当たり2周期の誤差成分が表れるが、複列形に偏心を与えたときは、図4・21に示したフック継手と同様に伝達誤差がキャンセルされ、きわめて良好な等速性が得られる。

図4・25にペローズ形軸継手に偏心誤差を与えたときの偏心方向の軸反力を示す。ここで、波形の振幅は、ペローズの形状・寸法誤差（とくに厚みむら）に起因し、

加工精度を向上すれば低減できる。一方、波形の平均値を偏心量で割った値はベローズの平均せん断剛性にほかならない。軸反力の変動は振動発生の要因となる。



(a) 単列形 (偏角)



(b) 複列形 (偏心)

図 4-24 板ばね形軸継手の回転伝達誤差

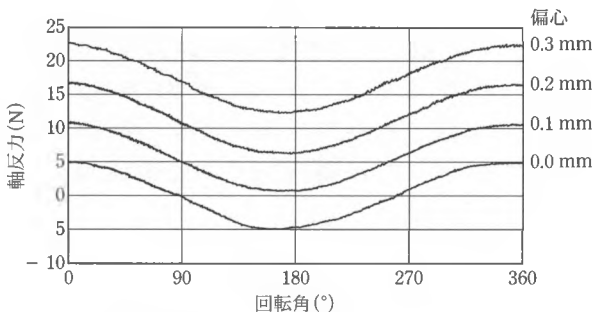


図 4-25 ベローズ形軸継手の軸反力 (偏心)

4・4

クラッチ

clutches

4・4・1

クラッチとブレーキ

clutches and brakes

軸継手が軸同士を半永久的に結合してトルクを伝達するのに対し、クラッチ、ブレーキは、必要に応じて駆動側と従動側の連結、切離し、起動や停止、回転方向の切替えなどを行うために使用される。

クラッチは駆動側の回転を被駆動側に伝達するのに対し、ブレーキは駆動側の回転を停止するために用いられる。すなわち両者は、機械要素としての目的が異なるものの、構造と動作原理には類似する点が多いことから、設計計算においては重複する部分が多くある。ここでは、クラッチの設計上で最も重要な伝達トルクについて述べ、ブレーキに関する記述は割愛する。

4・4・2

クラッチの種類

types of clutches

通常よく用いられるクラッチを大別すると、以下のように分類できる。

(1) かみあい式クラッチ (claw clutch)

かみあい式クラッチは、2軸の端面に設けられたつめあるいは歯をかみあわせることにより、トルクを伝達する。すべりが少ないため、発熱やエネルギー損失がなく、確実に回転力を伝達することができる。しかし、2軸の接続に際しては衝撃をとまなうので、2軸間の速度差が大きい場合には使用できない。図4・26に歯の形状と種類を示す。

台形つめクラッチの場合は、2方向のトルク伝達が可能であるのに対し、のこ歯つめやスパイラルつめの場合は、1方向のみのトルク伝達を前提としている。

かみあい式クラッチの最大伝達トルクは、歯部の許容せん断応力 τ_a と許容接触圧力 p_a により決定される。歯部の平均半径を r_a 、歯の高さを a 、幅を b とすると、それぞれの

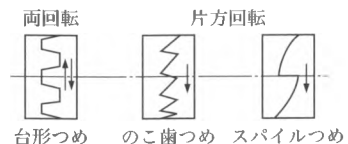


図4・26 かみあい式クラッチ

許容応力から求まるトルク T_τ , T_p は、以下のように与えられる。

$$T_\tau = \pi r a b \times \tau_a \times r_a$$

$$T_p = n a b \times p_a \times r_a \quad (4.41)$$

(2) 円板式摩擦クラッチ (disc type friction clutch)

摩擦クラッチは、摩擦面の摩擦力を利用してトルクを伝達する。図4.27に円板式摩擦クラッチの構造を示す。摩擦面はすべりを生じるため発熱をとまなうが、2軸間の速度差が大きい場合でも接続が可能である。

また、摩擦面の潤滑を必要としない乾式と、潤滑を必要とする湿式とがある。乾式は応答性が早く、摩擦板を切り離した場合の残留トルクがない。また、保守・取付けが容易であるが、摩擦量が多いという欠点がある。湿式は摩擦板の摩

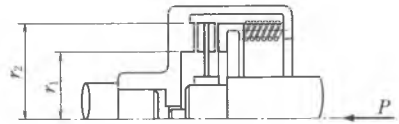


図4.27 円板式摩擦クラッチ

耗がほとんどないが、摩擦板の押付け力を取り去っても、油の表面張力により摩擦板が分離せず、強制的に切り離すまで残留トルクが生じる。

円板式摩擦クラッチの最大伝達トルク T は、以下のように与えられる。摩擦円板の内外半径を r_1 , r_2 とすると、

$$T = \int_{r_1}^{r_2} \mu 2\pi r r p_m dr = \frac{2\pi\mu(r_2^3 - r_1^3)}{3} p_m = \frac{2\mu}{3} \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{(r_2^2 - r_1^2)} P$$

$$\approx \mu \frac{r_2 + r_1}{2} P = \mu r_m P \quad (4.42)$$

ここで、 μ : 摩擦係数、 P : 押付け力、 p_m : 摩擦面の平均面圧、 r_m : 摩擦面の平均半径 (r_1/r_2 の値が大きい場合に適用)。

(3) 円すい式摩擦クラッチ (cone type friction clutch)

接触面を円すい形にした摩擦クラッチを図4.28に示す。円すいクラッチは、軸方向の押付け力に比して大きな伝達トルクが得られる。円すいの半頂角を α 、接触面に垂直に作用する力を P_n とすると、その軸方向成分は $P_n \sin \alpha$ で、摩擦力は μP_n となる。この摩擦力は円すい面に沿って作用するので、摩擦力の軸方向成分は $\mu P_n \cos \alpha$ となる。これらの軸方向成分の和は押付け力と釣り合うので、次式が成立する。

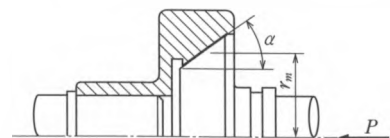


図4.28 円すい式摩擦クラッチ

表 4・9 摩擦材の特性

摩擦材の種類	相手接触面	摩擦係数		許容接触面圧 (MPa)	最高使用温度 (°C)
		乾 式	湿 式		
焼入れ鋼	焼入れ鋼	0.1	0.05 ~ 0.07	0.7 ~ 1.0	250
鋳鉄	鋳鉄	0.12 ~ 0.2	0.05 ~ 0.12	1.0 ~ 1.7	300
青銅	鋳鉄	0.1 ~ 0.2	0.05 ~ 0.1	0.4 ~ 0.8	150
木材	鋳鉄	0.2 ~ 0.35	0.1 ~ 0.15	0.3 ~ 0.5	100
コルク	鋳鉄	0.3 ~ 0.5	0.2 ~ 0.25	0.05 ~ 0.1	90
ファイバ	鋳鉄	0.25 ~ 0.45	0.1 ~ 0.2	0.05 ~ 0.3	100
皮革	鋳鉄	0.3 ~ 0.55	0.1 ~ 0.15	0.05 ~ 0.3	90

機械設計便覧（丸善），機械要素設計（実教出版）より引用。

$$P = P_n \sin \alpha + \mu P_n \cos \alpha \quad (4.43)$$

よって，接触面の平均半径を r_m とすると，伝達しうるトルク T は，

$$T = \mu P_n r_m = \mu r_m \frac{P}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} = \mu' r_m P \quad (4.44)$$

ここで， μ' と μ の間にはつぎの関係が成立する。

$$\mu' = \frac{\mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} \quad (4.45)$$

上式で， $\alpha = 90^\circ$ のとき $\mu' = \mu$ となり，式(4.44)は式(4.42)と同じになるのがわかる。また， $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ のとき $\mu' > \mu$ となり，円板クラッチの摩擦係数が見かけ上，増加していることがわかる。通常，円すい半頂角 α は $10^\circ \sim 12^\circ$ 程度にとられる。

クラッチのトルク容量の選定に際しては，原動機の種類にもよるが，原動機の伝達トルクの $1.5 \sim 3.0$ 程度に設定するのが一般的である。また，摩擦材としては，表 4・9 に示すような材料があり，それぞれ許容面圧および最高使用温度の参考値が与えられている。

(4) 電磁式クラッチ (electric - magnetic clutch)

電磁式クラッチは，図 4・29 に示すよう

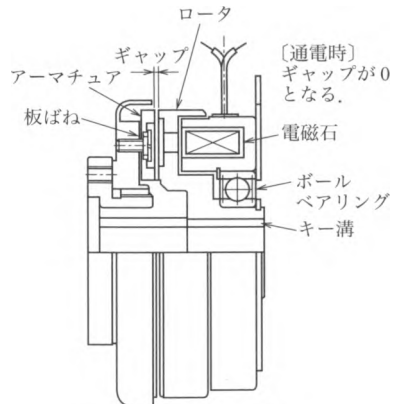


図 4・29 電磁式クラッチ³⁾

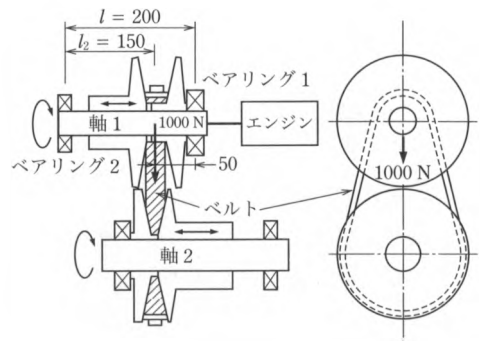
に、電磁力を押付け力として用い、摩擦力を利用してトルクを伝達する形式が一般的である。電磁力利用による制御の容易性から、メカトロ機器に数多く利用されている。このほか、磁粉の結合力を利用する磁粉式電磁クラッチや、ヒステリシス損失や渦電流を利用する電磁誘導クラッチなどもある。これらのクラッチでは、伝達トルクの制御が可能となるが、高価であるうえ、発熱をとまうなどの欠点がある。

4章 練習問題

問題 4-1 軸の材料として一般にどのような材料が使われるか。また軸を用途および形状別に分類し、簡単な説明を加えよ。

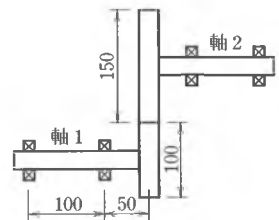
問題 4-2 マイクロモータ軸の軸直径を 1 mm の軟鋼製中実丸軸で製作しようと思う。150000 rpm で使用するとき、最大伝達動力はいくらになるか。ただし、許容せん断応力を $\tau_a = 40 \text{ MPa}$ とする。

問題 4-3 乗客を乗せた総質量を 40000 kg となる電車の車両が 4 本の車軸で支持されている。車輪のスペンは 1200 mm で、車体重量を支える軸受のスペンは 800 mm にとられている。軸の許容曲げ応力 $\sigma_a = 80 \text{ MPa}$ とし、車両重量が 4 本の車軸に均等に加わるとすると、軸径はいくらとすべきか。



問題 4-4 の図 (ベルト式無段変速機)

問題 4-4 図示のようなベルト式無段変速機 (CVT) は、最大トルク 150 Nm を伝達することができる。軸材料の許容曲げ応力 $\sigma_a = 80 \text{ MPa}$ 、許容せん断応力 $\tau_a = 40 \text{ MPa}$ であるとき、軸 1 の軸径を決定せよ。なお、軸にはベルトによって図示のような 1000 N の力も加わっているものとする。



問題 4-5 の図 (円板を用いた動力伝達装置)

問題 4-5 図示のように、二つの円板を接触させ

ることにより、1 kW の動力を伝達できる装置がある。駆動側の軸 1 の回転数 $n = 2400$ rpm とするとき、軸 1 の直径を決定せよ。ただし、許容曲げ応力 $\sigma_a = 80$ MPa、許容せん断応力 $\tau_a = 40$ MPa とし、2 円板間の摩擦係数 $\mu = 0.2$ とする。

問題 4・6 原子炉給水ポンプ用の鋼鉄製中実丸軸がある。軸はその両端を軸受で支持され、軸の中央には直径 200 mm、質量 25 kg の両吸込み羽根車が設けられている。このときの軸受間距離が 600 mm であるとき、軸の直径を曲げ剛性から決定せよ。

問題 4・7 問題 4・6 のポンプを 1200 rpm で回転しようと思う。軸を 1 m 当たり $1/4^\circ$ 以内のねじれ角で使用するとき、このポンプの最大出力はいくらになるか。

問題 4・8 問題 4・4 の図に示したようなベルト式無段変速機 (CVT) において、曲げによる軸の最大たわみ $\delta_{\max} \leq 0.1 \times 10^{-3}$ m とするとき、軸径を求めよ。ただし、両端単純支持ばりの最大たわみは次式で与えられる。また、縦弾性係数 $E = 206$ GPa とする。

$$\delta_{\max} = \frac{W l_2 (l^2 - l_2^2)^{3/2}}{9\sqrt{3} E I I}$$

問題 4・9 長さ $l = 500$ mm、直径 $d = 40$ mm の鋼製丸棒の軸が両端単純支持され、その中央に質量 $m = 25$ kg の円板が取り付けられているときの危険速度を求めよ。ここで、 $E = 206$ GPa、密度 $\rho = 7.86 \times 10^3$ kg/m³ とする。

問題 4・10 段付き軸において、ねじりモーメント $T = 160$ Nm が作用するとき、 $D = 60$ mm、 $d = 50$ mm、すみ肉半径 $r = 2$ mm として、軸の最大集中応力 τ を求めよ。

問題 4・11 [例題 4・7] において、4・2・2 項で述べた簡易計算法 ② を用いて、キーの大きさおよび軸径を決定せよ。

問題 4・12 3.7 kW、1200 rpm の軸の動力をインボリュートスプラインを介して伝達するとき、インボリュートスプライン付き軸を設計せよ。ただし、使用するモジュールを $m = 2.5$ 、許容面圧 $p_a = 4$ MPa、許容せん断応力 $\tau_a = 40$ MPa とする。また、ねじりモーメントを受ける軸の直径はスプラインの小径として計算し、平均直径 d_m はピッチ円直径とし、 $d_m = \text{小径} + 2m$ とせよ。

問題 4・13 フックの自在継手において、 ω_1 を一定として 1 回転させたときの ω_2 の値の変化量を求めよ。ただし、傾き角 α を 7° とする。

問題 4・14 軸継手の設計において、留意すべき点をあげよ。

問題 4・15 クラッチの種類をあげ、それらの特徴について簡単に述べよ。

問題 4・16 3500 rpm で 22.5 kW を出力するエンジンの動力を、円板式摩擦クラッチを用いて従動軸に伝達したい。摩擦板の内外径をそれぞれ $r_1 = 200$ mm および $r_2 = 300$ mm とし、摩擦面の摩擦係数 $\mu = 0.25$ としたとき、必要な押付け力を求めよ。