

# 6

## 動力伝達要素

machine elements for power transmission

### 6・1

#### 動力伝達要素の種類

kinds of machine elements for power transmission

動力伝達要素は、駆動装置の動力を回転数やトルクの大きさを変えて被駆動装置に伝達するための機械要素であり、大別すると、表 6・1 に示すように、歯車伝動、巻掛け伝動、摩擦伝動、送りねじの4種類がある。

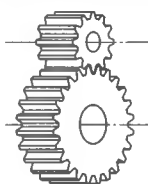
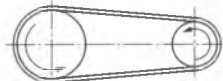
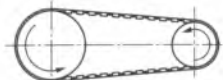
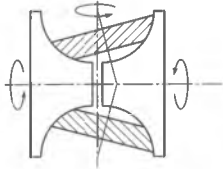
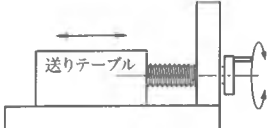
① **歯車伝動** … 速度比を一定に保つことができ、かつ大きなトルクを伝達することができる。また、歯車列を構成することにより、大きな減速比や増速比を得ることが可能となる。

② **巻掛け伝動** … 駆動軸と被駆動軸間が離れている場合や、長ストロークを必要とする物体の運動制御に使用される。摩擦を利用して駆動力を伝達する平ベルトやVベルト駆動、ワイヤ駆動と、歯をかみあわせることによってすべりのない伝達ができるチェーン駆動や歯付きベルト駆動とに分類することができる。

③ **摩擦駆動** … 速度比を連続的に変化できることから、乗用車の無段変速機(CVT: continuously variable transmission)に使用されているが、駆動面と被駆動面を直接押しつけることにより得られる摩擦力を利用して駆動力を得る。接触面形状は、ふつう円形か球形であるので、高い形状精度が得られることから、振動が小さく静寂な駆動が可能である。したがって、精密微小変位機構にも応用されることが多い。ただし、すべりを生じるため、精密位置決め機構に利用する場合には、フィードバック制御が必要となる。

④ **送りねじ** … 電動機などの回転運動を直線運動に変化することにより、物体位置を直線的に変化させるために用いられる。ボールねじは、摩擦が小さく、剛性も比較的高いため、工作機械のテーブルなどの高精度な位置決め制御に使用される。

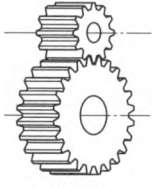
表 6-1 動力伝達要素の種類

種類	構造	長所	短所
歯車		<ul style="list-style-type: none"> <li>・駆動軸から従動軸に一定の角速比を伝達できる。</li> <li>・連続的な回転運動を確実に伝達できる。</li> <li>・低速から高速まで対応可能。</li> <li>・小荷重から大荷重、変動荷重など種々の荷重に対応可能。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・振動、騒音がある。</li> <li>・一般には、注文生産品であり、高価になる。</li> </ul>
巻掛け伝動 (摩擦利用： 平ベルト、V ベルト)		<ul style="list-style-type: none"> <li>・2軸間の距離が長い場合に使用できる。</li> <li>・規格化され、安価である。</li> <li>・潤滑を必要としない。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・すべりを生ずるので、正確な速比を伝達できない。</li> <li>・取付けにある程度の空間を必要とする。</li> <li>・寿命が短い。</li> </ul>
巻掛け伝動 (歯のかみあい 利用：歯 付きベルト、 チェーン)		<ul style="list-style-type: none"> <li>・歯のかみあいにより、スリップがない。</li> <li>・歯付きベルトは、潤滑不要で、軽量、コンパクトである。</li> <li>・規格化され、安価である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・チェーンは、騒音があり、潤滑を必要とする。</li> <li>・歯付きベルトは、プーリの重量が大きい。</li> <li>・急加減速に対応できない。</li> </ul>
摩擦車 (トラクシ ョンドライ ブ、フリク ションド ライブ)		<ul style="list-style-type: none"> <li>・運転が静かで、伝動の起動停止がなめらかである。</li> <li>・速比を連続的に変化させられる。</li> <li>・負荷が大きい場合、すべりを生じることで過大な動力を伝達しない。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・すべりを生じるため、正確な速比を伝達できない。</li> <li>・摩擦車の接触部の寿命が問題となる。</li> <li>・各部品に高い形状精度が要求される。</li> </ul>
送りねじ (すべりねじ、 ボールねじ、 静圧ねじ)		<ul style="list-style-type: none"> <li>・電動機の回転運動を容易に直線運動に変換できる。</li> <li>・移動体の位置決めを正確にできる。</li> <li>・大きな推力が得られる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・取付けに十分な配慮が必要。</li> <li>・精度が必要な場合は、高価なものとなる。</li> </ul>

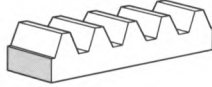
6・2

歯車

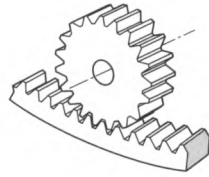
gears



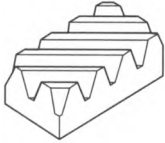
平歯車



ラック



内歯車



はすばラック

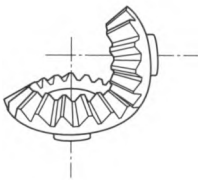


はすば歯車

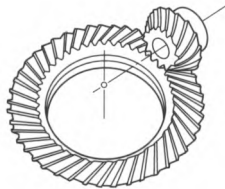


やまば歯車

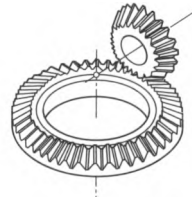
(a) 二軸が平行な歯車



すぐばかさ歯車

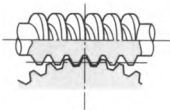


まがりばかさ歯車

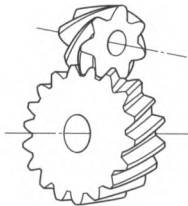


ゼロールかさ歯車

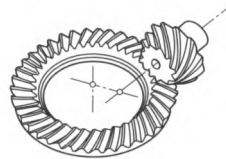
(b) 二軸が直角に交わる歯車



円筒ウォームギヤ



ねじ歯車



ハイポイド歯車

(c) 二軸が直角で交わらない歯車あるいは任意角で交わらない歯車

図 6・1 歯車の種類



6・2・3 インボリュート関数とインボリュート歯車

involute function and gears with involute profile

インボリュート曲線は、図 6・3 に示すように、基礎円に巻き付けた糸を張った状態でほぐすときに、糸の先端が描く曲線として得られる。いま、図に示すように点 A, B, P, O をとり、 $\angle AOP = \varphi$ 、 $\angle POB = \alpha$ 、 $\overline{OA} = \overline{OB} = r_b$  とすると、

$$\overline{AB} = r_b(\varphi + \alpha) = \overline{PB} = r_b \tan \alpha$$

となる。ここで、角  $\varphi$  を  $\text{inv } \alpha$  (インボリュート関数： $\alpha$  はラジアンで与える) とおくことにより、次式が得られる。

$$\varphi \equiv \text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha \tag{6・4}$$

インボリュート歯形を用いた歯車をインボリュート歯車と呼ぶが、この歯車には、以下のような特徴がある。

① 力の方向および作用線の方向が一定である。

図 6・3 の点 P における接線を  $TT'$  とすると、接線  $TT'$  は直線 BP に垂直となる。したがって、基礎円を O 点まわりに回転させると、接線  $TT'$  とインボリュート曲線の接点は、常に直線 BP 上にあることになる。よって、接線  $TT'$  を被駆動歯車の歯面と考えると、歯面の接点は直線 BP 上を移動することになり、この直線を作用線といい、力の方向と一致する。

② インボリュート歯形を創成するためのカッタの歯形が直線でのいため、製作が容易である。

図 6・3 における接線  $TT'$  をカッタと見なすことにより、インボリュート歯形が創成されることが理解される。

③ 駆動歯車の角速度が一定であれば、被駆動歯車の角速度も一定となる。また、軸間距離を変化させた場合でも角速度は一定となる。

図 6・4(a) に示すような歯車 1, 2 が噛みあっているとすると、歯車の接触点は、両歯車の基礎円の共通接線  $L_1L_2$  上を移動する。いま、歯車 1 が一定角速度  $\omega_1$  で回転すると、図 6・4(b) から、 $v_1 = r_{11}\omega_1$ 、 $v_2 = r_{12}\omega_1$  となる。ところで、 $r_{12} = r_{11}/\cos \omega_1$  の関係から、 $v_2$  の  $L_1L_2$  方向速度は、 $v_2 \cos \omega_1 = r_{12}\omega_1 \cos \omega_1 = r_{11}\omega_1 = v_1$  となる。同様に、 $v_3 \cos 2\omega_1 = v_4 \cos 3\omega_1 = v_1$  となり、 $\omega_1$  が一

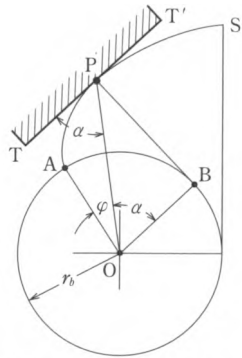
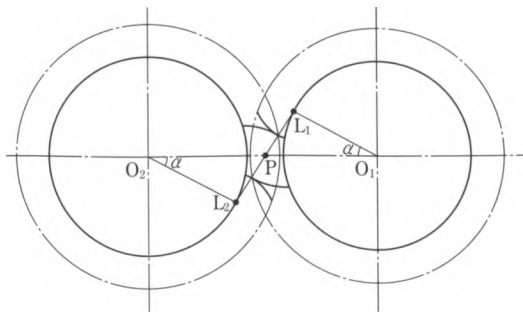
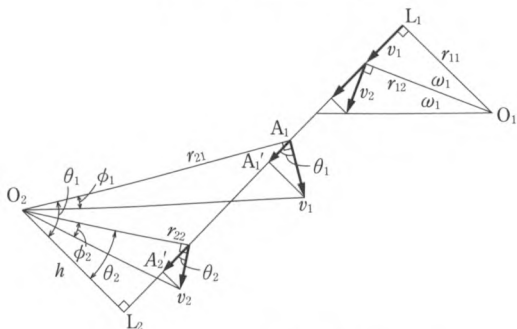


図 6・3 インボリュート曲線



(a) 歯車の接触点の軌跡



(b) 接触点上の速度と回転角との関係

図6・4 インボリュート歯車における回転速度比

定であれば、接触点は作用線上を一定速度で移動することがわかる。一方、歯車2については、 $\tan \phi_1 = v_1/r_{21} = (\overline{A_1 A_1'} / \cos \theta_1) (\cos \theta_1/h) = \overline{A_1 A_1'} / h$ ,  $\tan \phi_2 = v_2/r_{22} = (\overline{A_2 A_2'} / \cos \theta_2) (\cos \theta_2/h) = \overline{A_2 A_2'} / h$  の関係が得られる。したがって、 $\overline{A_1 A_1'} = \overline{A_2 A_2'}$  であるから、 $\phi_1 = \phi_2 = \omega_2$  が得られ、歯車1が等速で回転すれば、歯車2も等速で回転することになる。

図6・4(a)に示されるように、 $\angle PO_1L_1 = \angle PO_2L_2 = \alpha$  であり、 $\alpha$  を圧力角 (pressure angle) と呼ぶ。一般の歯車の圧力角は、 $20^\circ$  である。

〔例題6・1〕  $\text{inv } \alpha_w = \tan \alpha_w - \alpha_w = 0.0166$  のとき、 $\alpha_w$  の値を求めよ。

〔解〕

解法1 ニュートン-ラフソン (Newton-Raphson) 法により直接  $\alpha_w$  を求める。

ニュートン-ラフソン法は、

$$\frac{df_i}{d\alpha_w} \alpha_w^{[n+1]} = \frac{df_i}{d\alpha_w} \alpha_w^{[n]} - f_i(\alpha_w^{[n]}), \quad \frac{df_i}{d\alpha_w} = \sec^2 \alpha_w^{[n]} - 1$$

と与えられる。

よって、 $f_i \equiv \tan \alpha_w - \alpha_w - 0.0166$  とし、ニュートン-ラフソン法を適用すると、

$$\alpha_w^{[n+1]} = \alpha_w^{[n]} - \frac{\tan \alpha_w^{[n]} - \alpha_w^{[n]} - 0.0166}{\sec^2 \alpha_w^{[n]} - 1}$$

となる。ここで、 $\alpha_w^{[n]}$  は  $n$  回目の繰返し計算時の  $\alpha_w$  の値であることを示す。

- ①  $\alpha_w^{[1]} = 20^\circ = 0.34907 \text{ rad}$  を上式に代入すると、
- ②  $\alpha_w^{[2]} = 0.34907 - \frac{\tan(0.34907) - 0.34907 - 0.0166}{\sec^2(0.34907) - 1} = 0.36187$
- ③  $\alpha_w^{[3]} = 0.36187 - \frac{\tan(0.36187) - 0.36187 - 0.0166}{\sec^2(0.36187) - 1} = 0.36139 = 20.71^\circ$

**解法 2** 近似式を用いて求める。

$y = \text{inv } \alpha_w$  とするとき、かみあい圧力角に近い範囲のある  $y$  の区間に対して、以下のような近似式が与えられる。

$$0.0062 \leq y \leq 0.015 \quad \alpha_w = 0.1612 + 1.441\sqrt{-0.003677 + 1.388y}$$

$$0.015 \leq y \leq 0.030 \quad \alpha_w = 0.2153 + 1.029\sqrt{-0.01208 + 1.948y}$$

$\text{inv } \alpha_w = y = 0.0166$  であることより、上式を用いて  $\alpha_w$  を求めると、

$$\alpha_w = 0.2153 + 1.029\sqrt{-0.01208 + 1.948 \times 0.0166} = 0.36175 = 20.73^\circ$$

**6・2・4 歯車記号、用語と計算式**

symbols, terms and analytical forms for spur gears

歯車各部を表す記号と用語は、それぞれ **JIS B 0121** と **JIS B 0102** に規定されている。表 6・2 に用語と記号を示す。また、図 6・5 に歯車各部の名称を示す。

図 6・5 において、 $O_1$  あるいは  $O_2$  を中心としてピッチ点を通る円をピッチ円という。ピッチ円の直径をそれぞれ  $d_1, d_2$ 、歯数を  $z_1, z_2$  とすると、ピッチ円周を歯数で除した値  $p$  を円ピッチといい、 $p = \pi d_1 / z_1 = \pi d_2 / z_2$  で与えられる。ところで、円ピッチは円周率を含むため、その値が煩雑となる。そこで、円ピッチを円周率で除したモジュール  $m = d_1 / z_1 = d_2 / z_2$  を、歯車の大きさを表す値として一般に用いる。標準平歯車では、

表 6・2 歯車各部を表す用語と記号

(a) 直線上寸法および円周上寸法

用語	記号	計算式
中心距離	$a$	$m(z_1 + z_2)/2$
円ピッチを総称する場合	$p$	
基準ピッチ	$p$	$\pi m$
法線ピッチ	$p_b$	$\pi m \cos \alpha$
全歯たけ	$h$	$2m + c$
歯末のたけ	$h_a$	$m$
歯元のたけ	$h_f$	$m + c$
有効歯たけ	$h'$ または $h_w$	$2m$
歯厚を総称する場合	$s$	
円弧歯厚	$s$	$\pi m/2$
基礎円上の円弧歯厚	$s_b$	
弦歯厚	$\bar{s}$	
またぎ歯厚	$W$	
歯溝の幅	$e$	
頂げき	$c$	
円周方向バックラッシ	$j_t$	
法線方向バックラッシ	$j_n$	
歯幅	$b$	
有効歯幅	$b'$ または $b_w$	
リード	$p_z$	
かみあい長さ	$g_a$	
近寄りかみあい長さ	$g_f$	
遠のきかみあい長さ	$g_a$	
重なりかみあい長さ	$g_\beta$	
直径を総称する場合	$d$	
基準ピッチ円直径	$d$	$zm$
かみあいピッチ円直径	$d'$ または $d_w$	$d_b/\cos \alpha_w$
歯先円直径	$d_a$	$(z + 2)m$
基礎円直径	$d_b$	$zm \cos \alpha$
歯底円直径	$d_f$	
半径を総称する場合	$r$	
基準ピッチ円半径	$r$	$zm/2$
かみあいピッチ円半径	$r'$ または $r_w$	$r_b/\cos \alpha_w$
歯先円半径	$r_a$	$(z + 2)m/2$
基礎円半径	$r_b$	$zm \cos \alpha/2$
歯底円半径	$r_f$	
曲率半径	$\rho$	

(b) 角度寸法

用語	記号
基準圧力角	$\alpha$
かみあい圧力角	$\alpha'$ または $\alpha_w$
工具圧力角	$\alpha_0$
基準ピッチ円筒ねじれ角	$\beta$
歯先円筒ねじれ角	$\beta_a$
基礎円筒ねじれ角	$\beta_b$
基準ピッチ円筒進み角	$\gamma$
歯先円筒進み角	$\gamma_a$
基礎円筒進み角	$\gamma_b$
インボリュート角	$\text{inv } \alpha$

(c) 数および比率

用語	記号
歯数	$z$
相当平歯車歯数	$z_v$
歯数比	$u$
速度伝達比	$i$
モジュール	$m$
正面モジュール	$m_t$
歯直角モジュール	$m_n$
軸方向モジュール	$m_x$
正面かみあい率	$\varepsilon_\alpha$
重なりかみあい率	$\varepsilon_\beta$
全かみあい率	$\varepsilon_\gamma$
滑り率	$\sigma$
回転数	$n$
転位係数	$x$
中心距離増加係数	$y$

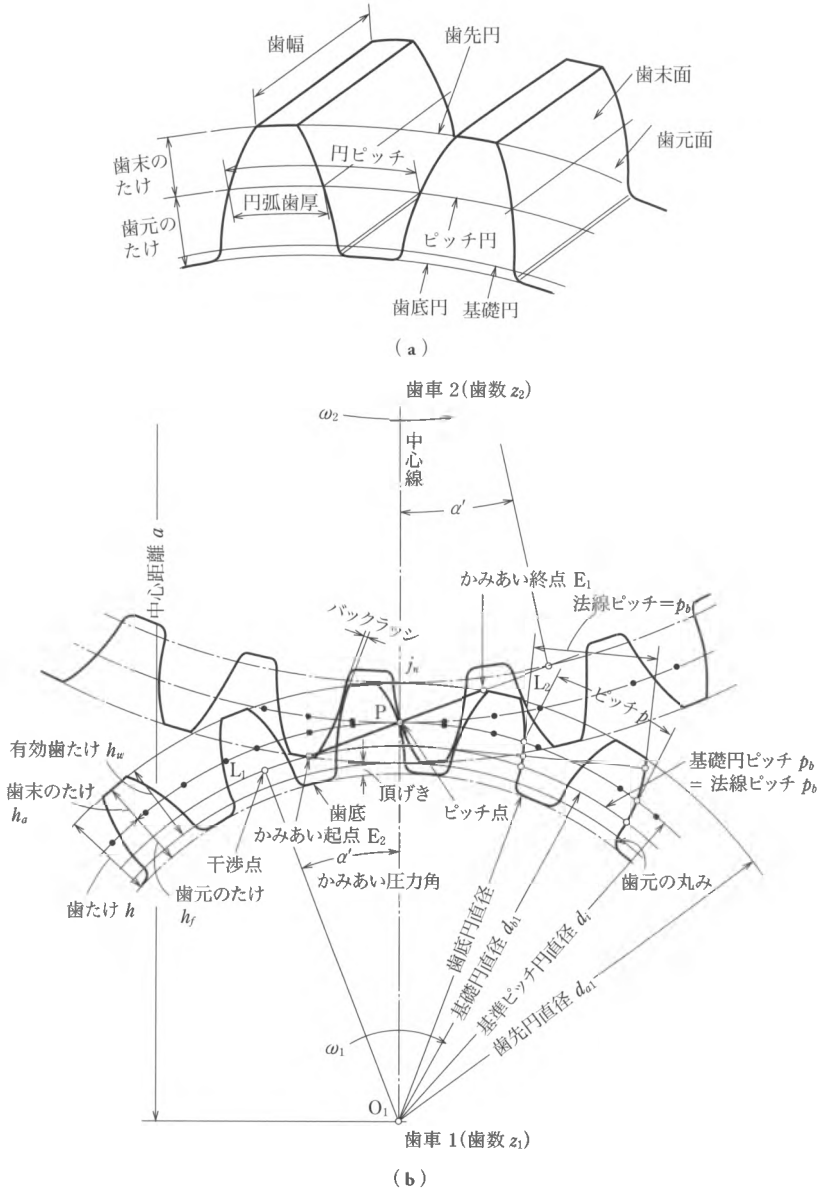


図 6・5 歯車各部の名称

$$m(\text{モジュール}) = h_a(\text{歯末たけ}),$$

$$h(\text{全歯たけ}) = (\text{歯末のたけ}) + (\text{歯元のたけ}) \geq 2.25 m$$

となっており、歯のたけを測ることにより、モジュールの値を知ることができる。表 6・3 に JIS のモジュールの標準値を示す。

表 6・3 モジュールの標準値 (JIS B 1701) (単位 mm)

I	1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
II	1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, (6.5), 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45,

歯車には、個別歯車のもつ誤差を規定した歯車歯面に関する誤差 (JIS B 1702-1) と、かみあう 1 対の歯面のかみあい精度を規定した両歯面かみあい誤差 (JIS B 1702-2) とがある。歯車歯面に関する誤差の精度等級は、最上級 0 級から最低級 12 級までである。両歯面かみあい誤差の精度等級は、最上級 4 級から最低級 12 級までである。ただし、個別歯車のもつ歯面誤差の精度等級に対応するものではない。

### 6・2・5

#### 平歯車のかみあい率

contact ratio of spur gear

図 6・6 において、平歯車 1 および平歯車 2 は、点  $E_2$  (歯車 2 の歯先) から点  $E_1$  (歯車 1 の歯先) まで歯がかみあうことになるが、作用線上では、先行する歯対とつぎにかみあう歯対が法線ピッチ  $p_b$  だけ離れてかみあうことになる。したがって、作用線上では、1 対の歯がかみあっている領域と、2 対の歯がかみあっている領域があり、このかみあい歯対数の変化が、ばねこわさの変動を生じ、振動や騒音の原因となる。このようなかみあいの状態は、歯車対の性能を示す指標となっており、かみあい率と呼ばれる。一般にかみあい率は、できるだけ大きいほうがよいといわれているが、少なくとも 1.2 以上の値とする。

かみあい率は、つぎのように与えられる。

$$\text{かみあい率 } \varepsilon_\alpha = \frac{\text{かみあい長さ}}{\text{法線ピッチ}} = \frac{\overline{E_1 E_2}}{2\pi r_{b1}/z_1} = \frac{\overline{E_1 P} + \overline{P E_2}}{2\pi r_1 \cos \alpha / z_1} = \frac{g_{a1} + g_{a2}}{\pi m \cos \alpha} \quad (6.5)$$

図 6・6 の  $\triangle O_2 L_2 E_2$  において

$$\overline{O_2 E_2}^2 = \overline{O_2 L_2}^2 + \overline{L_2 E_2}^2 \text{ より,}$$

$$(r_2 + m)^2 = (r_2 \cos \alpha)^2 + (r_2 \sin \alpha + g_{a2})^2 \quad (6.6)$$

が得られる。上式より  $g_{a2}$  を求めると、

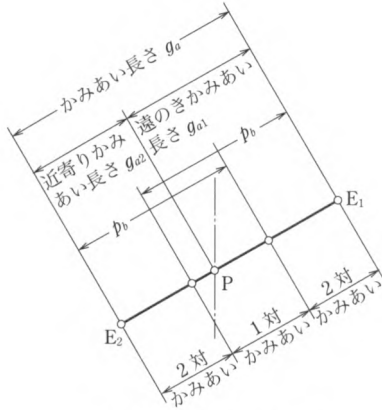
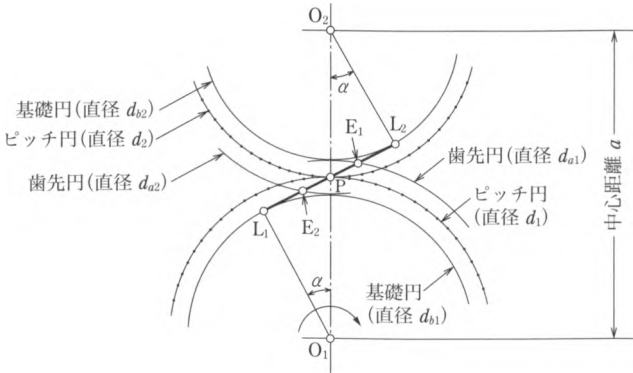


図 6-6 平歯車のかみあい率

$$g_{a2} = \sqrt{(r_2 + m)^2 - (r_2 \cos \alpha)^2} - r_2 \sin \alpha \tag{6.7}$$

同様にして、 $\triangle O_1 L_1 E_1$  において

$$\begin{aligned} \overline{O_1 E_1}^2 &= \overline{O_1 L_1}^2 + \overline{L_1 E_1}^2 \text{ より,} \\ (r_1 + m)^2 &= (r_1 \cos \alpha)^2 + (r_1 \sin \alpha + g_{a1})^2 \end{aligned} \tag{6.8}$$

よって、 $g_{a1}$  は、

$$g_{a1} = \sqrt{(r_1 + m)^2 - (r_1 \cos \alpha)^2} - r_1 \sin \alpha \tag{6.9}$$

となる。式(6.7)と式(6.9)を式(6.10)に代入すると、かみあい率は以下のようになる。

$$\epsilon_\alpha = \frac{\sqrt{(r_1 + m)^2 - (r_1 \cos \alpha)^2} - r_1 \sin \alpha + \sqrt{(r_2 + m)^2 - (r_2 \cos \alpha)^2} - r_2 \sin \alpha}{\pi m \cos \alpha} \tag{6.10}$$

ここで、 $r_1 = z_1 m / 2$ 、 $r_2 = z_2 m / 2$  を式(6・10)に代入すると、

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{(z_1+2)^2 - (z_1 \cos \alpha)^2} - z_1 \sin \alpha + \sqrt{(z_2+2)^2 - (z_2 \cos \alpha)^2} - z_2 \sin \alpha}{2\pi \cos \alpha} \quad (6 \cdot 11)$$

〔例題6・2〕  $m = 1$ 、圧力角  $20^\circ$ 、 $z_1 = 20$ 、 $z_2 = 26$  の標準歯車の近寄りかみあい長さ、遠のきかみあい長さ、重なりかみあい長さおよびかみあい率を求めよ。

〔解〕 近寄りかみあい長さ  $g_{a2} = \sqrt{(r_2+m)^2 - (r_2 \cos \alpha)^2} - r_2 \sin \alpha$   
 遠のきかみあい長さ  $g_{a1} = \sqrt{(r_1+m)^2 - (r_1 \cos \alpha)^2} - r_1 \sin \alpha$

これらの式に  $r_1 = z_1 m / 2$ 、 $r_2 = z_2 m / 2$  を代入すると、

$$g_{a2} = m \left\{ \sqrt{(z_2+2)^2 - (z_2 \cos \alpha)^2} - z_2 \sin \alpha \right\} / 2 \\ = \left\{ \sqrt{28^2 - (26 \cos 20^\circ)^2} - 26 \sin 20^\circ \right\} / 2 = 2.39 \text{ mm}$$

$$g_{a1} = m \left\{ \sqrt{(z_1+2)^2 - (z_1 \cos \alpha)^2} - z_1 \sin \alpha \right\} / 2 \\ = \left\{ \sqrt{22^2 - (20 \cos 20^\circ)^2} - 20 \sin 20^\circ \right\} / 2 = 2.30 \text{ mm}$$

重なりかみあい長さ

$$g_\beta = g_a - (2p_b - g_a) = 2(g_{a1} + g_{a2} - p_b) \\ = 2(2.3 + 2.39 - 3.14 \times \cos 20^\circ) = 3.48 \text{ mm}$$

かみあい率  $\varepsilon_\alpha = (2.39 + 2.3) / (3.14 \times \cos 20^\circ) = 1.59$

## 6・2・6 バックラッシュ

backlash

歯車には、上述のような誤差があるうえ、中心距離の公差、潤滑油の油膜厚さ、熱膨張、さらには負荷による歯車や軸などの変形があるため、円滑な回転を保証するためには、歯面と歯面の間にある程度のすきま、すなわちバックラッシュ (backlash) をとる必要がある。バックラッシュは、図6・7に示すように、方向によって3種類の値があり、以下のような関係がある。

$$j_n = j_t \cos \alpha, \\ j_r = j_t / (2 \tan \alpha) = j_n / (2 \sin \alpha) \quad (6 \cdot 12)$$

ここで、 $j_n$ ：法線方向バックラッシュ、 $j_t$ ：円周方向バックラッシュ、 $j_r$ ：半径方向

表 6・4 平歯車およびはすば歯車の円周方向バックラッシ (単位  $\mu\text{m}$ )

歯直角 モジュール $m_n$ (mm)	中心距離 $a$ (mm)	バックラッシ	JIS B 1702-1 の精度等級				
			3, 4	5, 6	7, 8	9, 10	11, 12
1	5 を超え 20 以下	最小値	51	58	70	92	133
		最大値	82	104	140	206	333
	20 を超え 50 以下	最小値	57	64	80	106	158
		最大値	91	116	160	239	395
1.25	50 を超え 125 以下	最小値	67	79	101	138	208
		最大値	108	143	202	308	520
	5 を超え 20 以下	最小値	51	58	70	92	133
		最大値	82	104	140	206	333
1.5	20 を超え 50 以下	最小値	57	64	80	106	158
		最大値	91	116	160	239	395
	50 を超え 125 以下	最小値	67	79	101	138	208
		最大値	108	143	202	308	520
2	125 を超え 280 以下	最小値	87	102	129	179	272
		最大値	139	184	259	400	681
	5 を超え 20 以下	最小値	51	58	70	92	133
		最大値	82	104	140	206	333
2.5	20 を超え 50 以下	最小値	57	64	80	106	158
		最大値	91	116	160	239	395
	50 を超え 125 以下	最小値	67	79	101	138	208
		最大値	108	143	202	308	520
3	125 を超え 280 以下	最小値	87	102	129	179	272
		最大値	139	184	259	400	681
	20 を超え 50 以下	最小値	126	133	150	177	230
		最大値	201	240	299	396	574
4	50 を超え 125 以下	最小値	136	148	170	208	279
		最大値	218	267	341	465	699
	125 を超え 280 以下	最小値	156	171	199	249	344
		最大値	249	308	398	558	859
5	20 を超え 50 以下	最小値	126	133	150	177	230
		最大値	201	240	299	396	574
	50 を超え 125 以下	最小値	136	148	170	208	279
		最大値	218	267	341	465	699
6	125 を超え 280 以下	最小値	156	171	199	249	344
		最大値	249	308	398	558	859
	20 を超え 50 以下	最小値	191	211	249	314	438
		最大値	305	380	497	704	1096
7	50 を超え 125 以下	最小値	207	215	231	259	314
		最大値	331	387	463	580	784
	125 を超え 280 以下	最小値	217	230	252	290	363
		最大値	348	413	504	650	909
8	20 を超え 50 以下	最小値	237	253	281	331	428
		最大値	379	455	561	742	1070
	50 を超え 125 以下	最小値	272	292	330	397	523
		最大値	435	526	661	889	1306

バックラッシである。

バックラッシを与える方法としては、以下の2通りがある。

### ① 中心距離を増加させる方法

中心距離を増加させてバックラッシを与える場合には、中心距離の増分  $\Delta a$  とすると、法線方向バックラッシ  $j_n$  は、近似的に次式で与えられる。

$$j_n = \Delta a \times 2 \sin \alpha_w \quad (6 \cdot 13)$$

### ② 歯厚を減少させる方法

バックラッシは、おもに、かみあう大小歯車の歯厚の寸法差と中心距離の許容差によって影響を受け、最小となるバックラッシの値は、次式で与えられる。

$$(\Delta s_1 + \Delta s_2) = -j_n \min / \cos \alpha + 2 \Delta a \tan \alpha \quad (6 \cdot 14)$$

ここで、 $\Delta s_1$ 、 $\Delta s_2$ ：大小歯車の歯厚許容差の上限寸法（一般に、公称歯厚  $s = 0.5\pi m$  に対して負の値をとる）、 $\Delta a$ ：中心距離の許容できる最小値。

日本歯車工業会規格 **JGMA 1103-01** には表 6・4 に示すように、鋳鉄製歯車箱に組み込んだ一般的な鋼製のインボリュート平歯車に対する、常温での最大最小の円周方向バックラッシ  $j_t$  の推奨値が与えられている。また、使用するバックラッシの目安値としては、かみあわせる歯車の中心距離に対する最大、最小のバックラッシの平均値が、一般的には用いられている。

なお、通常の歯車装置では、歯車箱を機械加工し、中心距離の許容などを定めている場合が多いので、歯厚を減少させてバックラッシを確保するのがふつうである。

## 6・2・7 かみあい圧力角

working pressure angle

図 6・8 において、歯の間隔に相当する角度  $\chi$  を、インボリュート関数を用いて求めると、曲線  $P'Q'$  の長さは、

$$d/2 \angle P'OQ' = (2 \operatorname{inv} \alpha + \chi) \cdot d/2 \quad (6 \cdot 15)$$

また、曲線  $P'Q'$  は、円ピッチの  $1/2$  で与えられるので、 $(2 \operatorname{inv} \alpha + \chi) \cdot d/2 = \pi d/2z$  の関係より、

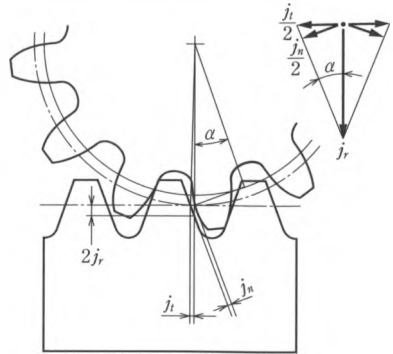


図 6・7 バックラッシの方向と種類

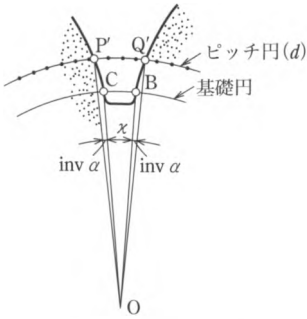


図 6・8 基礎円上の歯溝角  $\alpha$

$$\chi = \pi/z - 2 \operatorname{inv} \alpha$$

よって、これを歯車 1, 歯車 2 に適用すると、

$$\chi_1 = \pi/z_1 - 2 \operatorname{inv} \alpha,$$

$$\chi_2 = \pi/z_2 - 2 \operatorname{inv} \alpha$$

$$(6 \cdot 16)$$

となる。

図 6・9 に、バックラッシュ  $j_n$  がある場合の歯車のかみあい状態を示す。

作用線  $L_1L_2$  上において、長さ  $\overline{rs}$  は歯車 2 の一つの歯からつぎの歯までの長さを示すので、法線ピッチ  $p_b$  に等しい。また、 $\overline{ss'}$  は  $j_n$  に等しくバックラッシュを与えるので、次式を得る。

$$\overline{rs'} = p_b + j_n \tag{6 \cdot 17}$$

a 点および A 点は、b 点および B 点を  $\overline{O_1O_2}$  に対して対称にとった点であるが、 $\overline{rP} = \overline{AC}$ 、 $\overline{Ps'} = \overline{ac}$  との関係から、

$$\overline{ac} = r_{b1}(2 \operatorname{inv} \alpha_w + \chi_1) = \frac{z_1 p_b}{2\pi}(2 \operatorname{inv} \alpha_w + \chi_1),$$

$$\overline{AC} = r_{b2}(2 \operatorname{inv} \alpha_w + \chi_2) = \frac{z_2 p_b}{2\pi}(2 \operatorname{inv} \alpha_w + \chi_2) \tag{6 \cdot 18}$$

よって、 $\overline{rs'} = \overline{rP} + \overline{Ps'} = \overline{ac} + \overline{AC}$  との関係において、かみあい圧力角  $\alpha_w$  を求める式は、以下のように導かれる。

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \frac{1}{z_1 + z_2} \left\{ \pi \left( 1 + \frac{j_n}{p_b} \right) - \frac{z_1 \chi_1 + z_2 \chi_2}{2} \right\} \tag{6 \cdot 19}$$

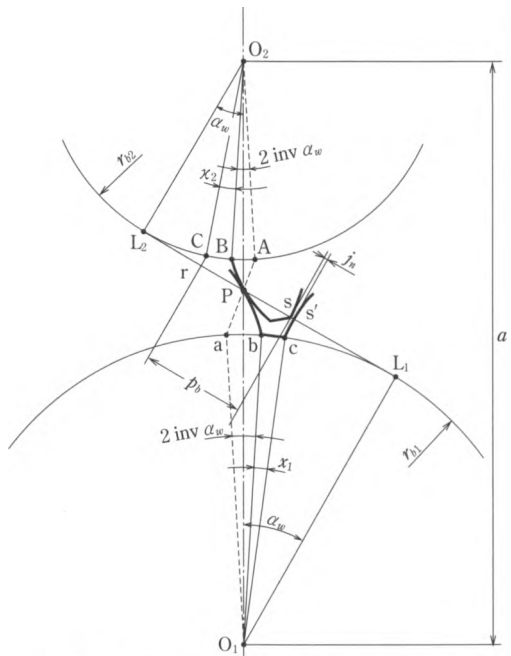


図 6・9 バックラッシュがある場合のかみあい状態

さらに、式(6・16)を考慮することにより、整理すると

$$\text{inv } \alpha_w = \frac{\pi}{z_1 + z_2} \frac{j_n}{p_b} + \text{inv } \alpha = \frac{1}{m(z_1 + z_2)} \frac{j_n}{\cos \alpha} + \text{inv } \alpha \quad (6 \cdot 20)$$

上式において、 $j_n = 0$  の場合は、 $\alpha_w = \alpha$  となることは明らかである。

中心距離は、

$$a = \frac{(r_{b1} + r_{b2})}{\cos \alpha_w} = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \quad (6 \cdot 21)$$

となる。

〔例題 6・3〕 圧力角  $20^\circ$ 、モジュール  $m = 2$ 、歯数  $z_1 = 18$ 、 $z_2 = 30$  の標準歯車をバックラッシ  $j_n = 0.15 \text{ mm}$  でかみあわせるとき、かみあい圧力角および中心距離を求めよ。

〔解〕

解法 1 式(6・13)を用いる方法。

バックラッシ  $j_n$  による中心距離の増分は、式(6・13)で与えられる。よって、バックラッシがない場合の中心距離を  $a$  とすると、この増分を加えることにより、式(6・21)は、以下のように書き換えられる。

$$a + \Delta a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \quad (6 \cdot 22)$$

式(6・13)および式(6・21)の繰返し計算を以下のように行うことにより、中心距離  $a + \Delta a$  および  $\alpha_w$  を求めることができる。

①  $\alpha_w^{[1]} = 20^\circ$  とし、式(6・13)に代入すると、

$$\Delta a = \frac{0.15}{2 \sin(20^\circ)} = 0.2192 \text{ mm}$$

②  $\Delta a = 0.2192$  を式(6・21)に代入し、 $\alpha_w$  を求めると、

$$\cos \alpha_w^{[2]} = 48 \cdot \frac{\cos(20^\circ)}{48 + 0.2192} = 0.9354 \quad \therefore \alpha_w^{[2]} = 20.71^\circ \text{ となる。}$$

③ 上の値を式(6・13)に代入する。

$$\Delta a = \frac{0.15}{2 \sin(20.71^\circ)} = 0.2121 \text{ mm}$$

$$\cos \alpha_w^{[3]} = 48 \cdot \frac{\cos(20^\circ)}{48 + 0.2121} = 0.9356 \quad \therefore \alpha_w^{[3]} = 20.67^\circ \text{ となる。}$$

$$\textcircled{4} \quad \Delta a = \frac{0.15}{2 \sin(20.67^\circ)} = 0.212 \text{ mm}$$

\textcircled{5} よって、中心距離は 48.21 mm,  $\alpha_w = 20.67^\circ$  と得られる。

**解法 2** 近似式を用いる方法。

$$\text{式(6・20)より, } \operatorname{inv} \alpha_w = \tan \alpha_w - \alpha_w = \frac{1}{2 \times 48} \frac{0.15}{\cos 20^\circ} + \operatorname{inv}(20^\circ) = 0.0166$$

この解は例題 6・1 の解法 2 で求められており,  $\alpha_w = 20.73^\circ$  となる。

よって、中心距離は、

$$a = 48 \times \cos 20^\circ / \cos 20.73^\circ = 48.23 \text{ mm}$$

となり、解法 1 とほぼ同様の値が得られる。

**6・2・8**

**標準歯車の切下げ**

undercutting in gear teeth

ラック工具による歯切りが、図 6・10 に示す L' 点よりも内側まで行われると、歯元が大きく削り取られる現象が発生する。これを切下げという。切下げが発生すると、歯元の歯厚が減少して歯の強度が低下するので、この現象が起きないようにする必要がある。そのためには、図の L' 点よりもラック工具が切り込まれない必要がある。よって、

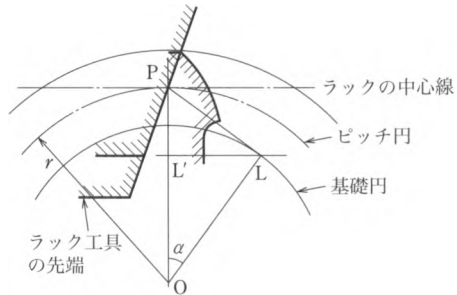


図 6・10 歯車の切下げ

$$\text{ラックの歯末たけ: } m \leq \overline{PL'} = \overline{OP} \sin \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha \quad (6 \cdot 23)$$

$$\therefore z \geq \frac{2}{\sin^2 \alpha} \quad (6 \cdot 24)$$

$\alpha = 20^\circ$  とすると、 $z \geq 17.1$  となる。しかし、実用的には切下げ量が小さいので、 $z \geq 14$  としてさしつかえない。 $\alpha = 14.5^\circ$  では、計算上  $z \geq 31.9$  となり、実用上は、 $z \geq 25$  としている。

## 6・2・9 転位歯車とのかみあい圧力角

profile shifted spur gears and working pressure angle

標準歯車では、ラック工具の中心線と歯車のピッチ円とを一致させて歯切りを行うが、これらの位置をずらして歯切りを行う歯車を転位歯車という。転位を行う目的は、つぎのようなことがあげられる。

① 歯数の少ない歯車では、工具の干渉によって歯元に切下げを生ずるが、工具を正転位させることによって、これを防ぐことができる。

② かみあいピッチ円を変化させることができるので、標準以外の中心距離を選ぶことができる（中心距離の調整）。

③ 正転位を行うことにより、歯元の歯厚が増加するので歯の強さを増すことができる（歯厚の調整）。

④ ただし、正転位を行うことにより、かみあい率が減少する。

なお、転位量（amount of profile shift）は、 $m$ を用いて  $xm$  と表され、 $x$  は転位係数（coefficient of profile shift）と呼ばれる。

つぎに、転位歯車におけるかみあい式を求める。

図 6・11 において、 $\overline{PQ}$  の長さは、

$$\overline{PQ} = \frac{\pi}{2} m - 2xm \tan \alpha \quad (6 \cdot 25)$$

となる。また、

$$\angle POQ' = 2 \angle POC + \chi = 2 \operatorname{inv} \alpha + \chi \quad (6 \cdot 26)$$

であることから、

$$\overline{PQ'} = \frac{zm}{2} \angle POQ' = z \left( \operatorname{inv} \alpha + \frac{\chi}{2} \right) m \quad (6 \cdot 27)$$

となる。よって、式(6・25)と式(6・27)を等値することにより、 $\chi$ が求められる。これを、一組のかみあっている歯車1と歯車2に適用することにより、次式が得られ

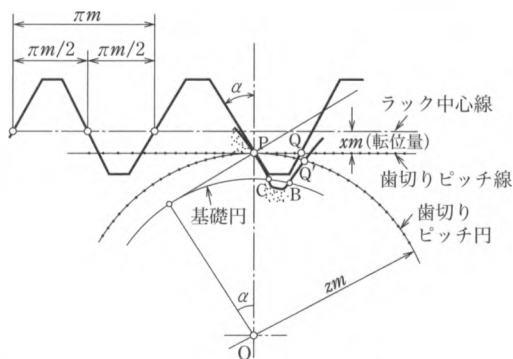


図 6・11 転位歯車の歯切り

る。

$$x_1 = \frac{\pi}{z_1} - 2 \operatorname{inv} \alpha - \frac{4 \tan \alpha}{z_1} x_1,$$

$$x_2 = \frac{\pi}{z_2} - 2 \operatorname{inv} \alpha - \frac{4 \tan \alpha}{z_2} x_2 \tag{6.28}$$

式(6.28)をかみあい圧力角の式(6.19)に代入すると、

$$\operatorname{inv} \alpha_w = 2 \tan \alpha \frac{(x_1 + x_2) + j_n / (m \cdot 2 \sin \alpha)}{z_1 + z_2} + \operatorname{inv} \alpha \tag{6.29}$$

となる。中心距離は、式(6.21)と同様である。

転位歯車では、図 6.12 に示すように、転位量によって歯先円直径が異なる。同図より、

$$a = d_{a1}/2 + km + d_{f2}/2 = d_{a1}/2 + km + z_2 m/2 - (1 + k - x_2)m \tag{6.30}$$

ここで、 $a = (z_1 + z_2)m/2 + ym$  ( $a$ : 中心距離),  $y = (z_1 + z_2)\{(\cos \alpha / \cos \alpha_w) - 1\}/2$ . よって、

$$d_{a1} = (z_1 + 2)m + 2(y - x_2)m, \quad d_{a2} = (z_2 + 2)m + 2(y - x_1)m \tag{6.31}$$

が得られる。また、全歯たけ、すなわち歯先円からの工具切込み量  $h$  は、以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} h &= d_{a2}/2 - d_{f2} = d_{a2}/2 - \{z_2 m/2 - (1 + k - x_2)m\} \\ &= 2m + km - (x_1 + x_2 - y)m \end{aligned} \tag{6.32}$$

6.2.6 項で述べたように、バックラッシュ  $j_n$  は、歯厚を減少させることによって

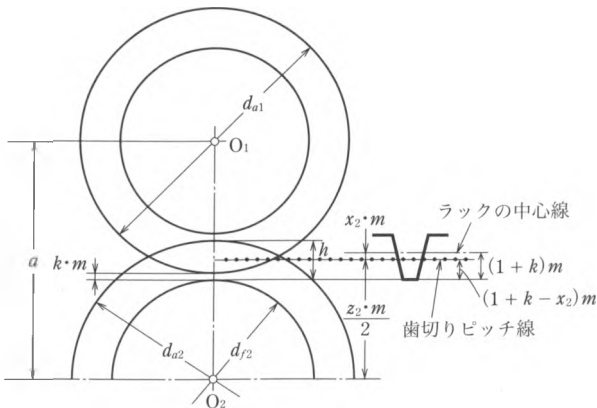


図 6.12 転位量によって異なる歯先円直径

与えることができる。バックラッシ  $j_n$  を両歯車で  $j_{n1}$ ,  $j_{n2}$  ずつ分担する場合（通常、等分に分配する場合が多い），図 6・13 に示すように，ラック工具を通常の位置よりも  $x'_1m$ ,  $x'_2m$  だけ負転位させる（半径方向に切り込む）ことになる。したがって，式(6・13)より，以下のような関係が得られる。

$$j_{n1} = 2x'_1m \sin \alpha, \quad j_{n2} = 2x'_2m \sin \alpha \quad (6\cdot33)$$

この場合，歯車の中心距離は，標準歯車のものと等しくすればよい。

### 6・2・10 転位歯車の切下げ限界における歯数と転位係数

the minimum number of gear teeth to avoid undercutting in profile shifted gears

少ない歯数の歯車の切下げを転位によって防ぐことができるが，その際，歯数によって切下げを生じないための転位係数は，以下のように求められる。

いま，図 6・14 に示すような転位量  $xm$  の転位歯車を考える。ラック工具の歯先が LS の位置より内側に入るとき，この歯車に切下げが生ずる。よって，

$$\overline{PS} = (1-x)m \leq \overline{PO} \sin^2 \alpha$$

$$\therefore x \geq 1 - \frac{z}{2/\sin^2 \alpha} \quad (6\cdot34)$$

式(6・34)は， $\alpha = 20^\circ$  では  $x \geq 1 - \frac{z}{17}$  となるが，実用上は  $x \geq \frac{14-z}{17}$  でさしつかえない。

図 6・15 に，歯車に転位を施した場合の歯形を示す。転位係数が負の場合は歯元で切下げを生じている。一方，正に転位させた場合には，

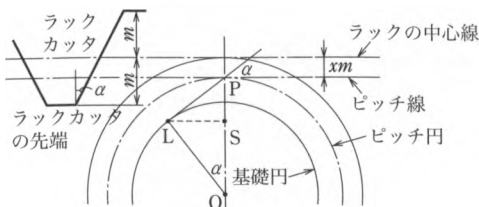


図 6・14 転位歯車の切下げ

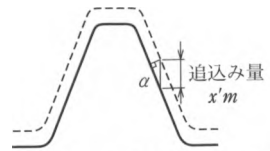
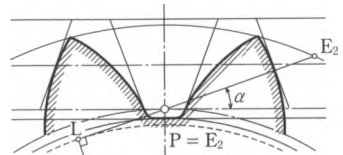
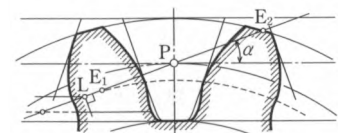


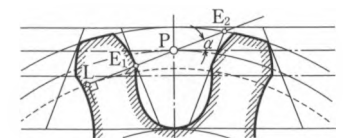
図 6・13 負転位によるバックラッシ創成



(a) 正転位（とがり限界）

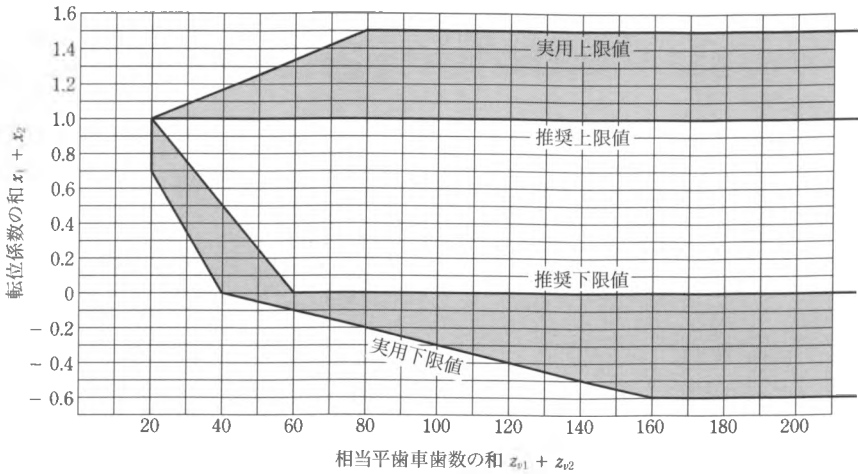


(b) 転位なし

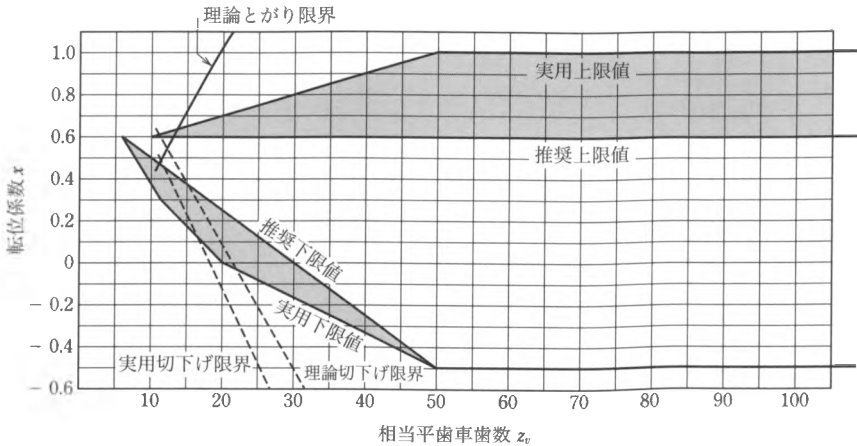


(c) 負転位（切下げ限界）

図 6・15 転位による歯形の変化



(a) 転位係数の和の選び方



(b) 転位係数の選び方

図 6・16 転位係数の選び方 (JGMA 611-01 より)

転位量が大きくなると、歯先がとがる現象が起こる。これをとがり限界といい、これ以上、正転位をさせることはできない。図 6・16 に日本歯車工業会 (JGMA) が提案する転位係数の選定方針を示す。

〔例題 6・4〕 歯車 1 の歯数を  $z_1 = 30$ 、歯車 2 の歯数を  $z_2 = 60$  とし、中心間距離が 137 mm の場合の転位係数を求めよ。ただし、モジュールを  $m = 3$ 、圧力角を

$\alpha = 20^\circ$ , バックラッシ  $j_n = 0.2 \text{ mm}$  とし, 切下げは避けるものとする. またバックラッシは, ラック工具を歯車1および歯車2に対して等分に負転位させることにより与える.

[解]

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \text{ より,}$$

$$\cos \alpha_w = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{a} = \frac{3}{2} \times 90 \times \frac{\cos 20^\circ}{137} = 0.926$$

$$\therefore \alpha_w = 22.18^\circ$$

つぎに, 負転位によるバックラッシの式(6・33)より  $x'_1$  と  $x'_2$  を求めると,  $x'_1 = x'_2 = 0.049$  となる ( $j_{n1} = j_{n2} = 0.1 \text{ mm}$  とする). これを,

$$\text{inv } \alpha_w = 2 \tan \alpha \frac{(x_1 + x_2) + j_n / (m \cdot 2 \sin \alpha)}{z_1 + z_2} + \text{inv } \alpha$$

に代入すると,

$$\begin{aligned} \text{inv } \alpha_w &= 2 \tan \alpha \frac{(x_1 + x_2) + j_n / (m \cdot 2 \sin \alpha)}{z_1 + z_2} + \text{inv } \alpha \\ &= 2 \tan \alpha \frac{(x_1 + x_2) + (x'_1 + x'_2)}{z_1 + z_2} + \text{inv } \alpha \end{aligned}$$

これより,

$$x_1 + x_2 + (x'_1 + x'_2) = 0.701 \quad \therefore x_1 + x_2 = 0.603$$

図6・13を考慮して, 歯車1および歯車2の転位係数を等分に配分すると, 転位量は,  $mx_1 = mx_2 = 0.9 \text{ mm}$  となる.

## 6・2・11

### 平歯車の強度

strength and durability of gears

1対のかみあっている平歯車には, トルクを伝達するための力が必ず加わるが, 歯車が伝達しうるトルクは, おもに2種類の歯車強度によって決定される. 一つは歯元の曲げ応力に関係し, 他方は接点における面圧に関係する. 前者は歯の折損の原因となり, 後者は歯面の摩耗やピッチング(繰返し荷重により歯面が疲労し, 表面から微小片が剥離する損傷)の原因となる.

### (1) 歯車の材料 (materials for gears)

歯車の強さは、使用する材料によっても大きく左右される。歯車材料のおもなものとして、炭素鋼や合金鋼、黄銅およびプラスチックがあげられる。黄銅、プラスチックは、大きな動力を伝達することはできないが、AV 機器、OA 機器など比較的軽荷重で、動力伝達よりは運動伝達を主とする場合に使用されることが多い。

① **鉄鋼材料** 動力伝達用としては、炭素鋼 (S35C ~ S48C) や合金鋼 (SCM, SNCM, SCr) がおもに使用される。またこれらの材料は、強度を高めるために、適当な熱処理 (焼入れ・焼戻し、浸炭、窒化) を施すのが一般的である。

② **プラスチック材料** プラスチック材料は、鉄鋼材料に比べて硬さや強度の点で劣るが、その他の点で優位点をもっており、鋼製歯車をしのぐ個数が各種機械 (化学、食品、家電、OA、精密など) に広く使用されている。表 6・5 に、プラスチック材料の特徴と使用上の注意事項を示す。

表 6・5 プラスチック歯車の特徴と注意事項

#### (a) 特徴

- ① 小形化が容易で、軽い。
- ② 振動吸収性があるため、騒音が少ない。
- ③ 薬品に侵されにくく、錆びない。
- ④ 自己潤滑性があるために、潤滑油なしの運転が可能である。
- ⑤ 量産が可能のため、安価である。

#### (b) 使用上の注意事項

発熱	プラスチック材は、熱伝導率が小さいので、温度が上昇しやすい。発熱が懸念される場合には、金属製歯車と組み合わせることにより、冷却効果を高めることができる。
熱膨脹性と吸湿性	プラスチック材は、熱膨張と吸湿性による寸法変化が大きい。したがって、バックラッシュおよび中心間距離を大きくとる必要がある。目安として、バックラッシュは、モジュールの 6 ~ 10% 程度とる。中心間距離は、モジュールの 20% 程度をプラスして設定する。
取付けによる割れ	プラスチック歯車と軸を取り付ける際には、軸を D 字形に加工し、圧入する方法が一般的である。その際、歯車の D 字形の穴に応力集中が起こるので、割れを生じないように注意する。
潤滑	低速、軽荷重の場合は潤滑を必要としないが、中荷重や効率の低いウォーム歯車の場合などには、グリース潤滑を行なう。
成型時のひずみ	プラスチックは、成型時の冷却速度の違いにより、形状がひずむ。よって、肉厚は均一とし、かつ、あまり厚くならないように注意する。
一体化成型	プラスチックは、成型時に複数の歯車を一体化して成型することができるので、工夫することにより、小形化とコスト削減が可能になる。

### (2) 曲げ強さ (bending strength)

歯車の曲げ強さの計算式は、1892 年にルイス (W. Lewis) によって提案された。

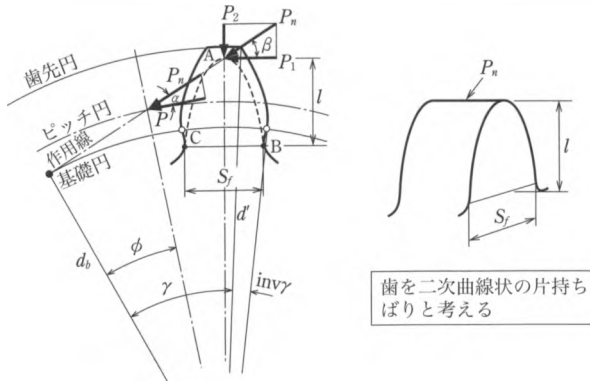


図 6-17 歯車の曲げ強度の考え方 (ルイスの式)

ルイスは、荷重が加わっている 1 枚の歯を片持ちばりと見なすことにより、歯元に生じる曲げ応力を算定した。いま、図 6-17 に示すように、歯先面に垂直に加わる荷重  $P_n$  を考え、 $P_n$  の作用線と歯形の中心線の交点を点 A とする。さらに点 O を頂点とし、歯元曲線に内接する放物線を描き、その内接点を点 B, C とする。はりの高さを  $l$ 、 $\overline{BC}$  の長さを  $S_f$  とすると、はりに加わる曲げモーメントは、

$$M = P_1 l = P_n l \cos \beta \quad (6 \cdot 35)$$

となる。はりの断面係数  $z = b S_f^2 / 6$  が与えられるので、曲げ応力は、以下のよう  
に与えられる。

$$\sigma_b = \frac{6 P_1 l}{b S_f^2} = \frac{6 P_n l \cos \beta}{b S_f^2} \quad (6 \cdot 36)$$

一方、ピッチ円上の伝達力  $P = P_n \cos \alpha$  が与えられることから、上式は

$$P = \sigma_b b \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \frac{S_f^2}{6 l}$$

となる。さらに、 $S_f = m S_f'$ 、 $l = m l'$  なる変数を導入することにより、

$$P = \sigma_b b m \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \frac{S_f'^2}{6 l'} = \sigma_b b m Y \quad (6 \cdot 37)$$

ここで、 $Y$ : 歯形係数。

実際の強度計算においては、ルイスの式をもとにかみあい率や回転速度、加わる荷重の種類などを考慮した計算式を用いるが、このような計算式は、イギリス国家規格 (BS) の式、アメリカ歯車工業会 (AGMA) の式、日本歯車工業会 (JGMA) の式、日本機械学会機械工学便覧の式など数多く提案されている。しかしこれらの

式には、多くの影響係数が含まれるために、多くの計算手順を要する。よってここでは、簡便な強度計算法として ISO 規格に準拠した JGMA の簡易計算式を示す。この簡易計算式では、歯車の基本諸元から  $U$  値（曲げ強さの指標値）および  $K$  値（歯面強さの指標値）を求めて、それぞれの許容値と比較することにより、歯車の強さを容易に判定できる。なおこの計算式は、安全側におけるおおよその歯車強さを求めるためのものであり、種々の影響係数を考慮したい場合には、規格の強さ計算式に基づいて厳密な計算を行うことが望ましい。また簡易計算式は、平行軸歯車対の平歯車、はすば歯車（やまば歯車を含む）および内歯車にも適用できるが、歯車諸言の適用範囲は次のようになっている。

- ① **歯形** 平歯車およびはすば歯車歯直角の歯形は、JIS B 1701-1 に規定されている標準基準ラック歯形（圧力角  $20^\circ$ ）とする。
- ② **モジュール** 0.1 ~ 50 mm
- ③ **基準円直径** 5 ~ 10000 mm
- ④ **精度 JIS B 1702-1 に規定する歯車の精度** N4 ~ N10（本計算において対象となる歯車の誤差項目は、主として単一ピッチ誤差および歯形誤差である）
- ⑤ **周速** 次式による周速係数  $v_e$  に対し、 $v_e \leq 10$  m/s とする。周速係数は、次式で定義される。

$$v_e = \frac{z_1 v}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} \leq 10 \text{ [m/s]} \quad (u = z_2/z_1 : \text{歯数比})$$

曲げ強さの簡易計算式で用いられる  $U$  値は、基準円上の呼び接線力  $F_t$ 、歯車の歯幅  $b_N$ 、歯数および歯数比に関する修正係数  $Y_u$ 、モジュール  $m$  を用いて表すと式(6・38)のように与えられる。

$$U = \frac{F_t \cdot Y_u}{b_N \cdot m} \tag{6・38}$$

$Y_u$  の値は、小歯車と大歯車の疲れ強さが同じ材料の場合について、表 6・6

表 6・6 歯数および歯数比に関する修正係数  $Y_u$ （平歯車の場合）

材料の組み合わせ	歯数比 $u$			
	小歯車歯数	1 以上 1.65 未満	1.65 以上 3.65 未満	3.65 以上
$\sigma_{Flim1} = \sigma_{Flim2}$ の場合 (表 6・7 の組み合わせ 4 は、 $\sigma_{Flim1} < 1.15\sigma_{Flim2}$ )	12 ~ 17	1.13	1.11	1.02
	18 ~ 26	1.03	1.00	0.97
	27 ~ 44	0.91	0.89	0.87
	45 以上	0.83	0.82	0.81

表 6・7 材料の組み合わせと使用条件に対する  $K_{lim}$  および  $U_{lim}$  値

No.	小歯車	大歯車	歯車材料	歯車精度等級	周速 m/s	駆動機-被動機特性 (使用係数 $K_A$ )	$K_{lim}$ (MPa)	$U_{lim}$ (MPa)
1	合金鋼浸炭焼入 歯面 640 ~ 680 Hv 浸炭深さ深い 深部硬さ 320 HB 以上		SCM 415 SCM 420 SNCM 420 SNC 815	N7 (N5)	3 ~ 5 (18 ~ 25)	U - U	6.81 (7.15)	169 (138)
						U - M	5.45 (5.72)	135 (110)
						M - M	4.54 (4.76)	113 (91.8)
2	合金鋼浸炭焼入 歯面 620 Hv 浸炭深さ浅い 深部硬さ 300 HB 以上		SCM 415 SCM 420 SNCM 420 SNC 815	N7 (N5)	3 ~ 5 (18 ~ 25)	U - U	4.6 (4.83)	162 (132)
						U - M	3.68 (3.86)	129 (105)
						M - M	3.07 (3.22)	108 (87.9)
3	合金鋼浸炭焼入 歯面 580 Hv 浸炭深さ浅い 深部硬さ 280 HB 以上		SCM 435 SCM 440 SMn 443 SNCM 439 SNC 836	N8 (N6)	1 ~ 3 (12 ~ 18)	U - U	4.28 (4.32)	162 (126)
						U - M	3.43 (3.46)	130 (101)
						M - M	2.86 (2.88)	108 (84)
4	合金鋼または炭素鋼 高周波焼入 歯面 550 Hv 以上 心部 240 ~ 250 HB	炭素鋼高周波焼入 歯面 550 Hv 以上 心部 240 ~ 250 HB	S 43 C S 48 C	N9 (N7)	1 以下 (12 ~ 18)	U - U	1.87 (2.59)	92.1 (71.6)
						U - M	1.49 (2.07)	73.7 (57.3)
						M - M	1.24 (1.73)	61.4 (47.7)
5	合金鋼または軟窒化 窒化時間 4 h 歯面 650 Hv 以上 心部 300 HB 以上		SACM 645 SCM 440 SNCM 439	N9 (N7)	1 以下 (12 ~ 18)	U - U	1.26 (1.52)	147 (115)
						U - M	1 (1.21)	118 (91.7)
						M - M	0.837 (1.01)	98.2 (76.4)
6	合金鋼または炭素鋼 焼入焼戻 硬さ 240 ~ 260 HB	炭素鋼全体硬化 硬さ 240 HB	S 43 C S 48 C S 53 C S 58 C	N10 (N8)	1 以下 (5 ~ 8)	U - U	0.705 (0.835)	90.2 (72.9)
						U - M	0.564 (0.668)	72.2 (58.3)
						M - M	0.47 (0.557)	60.1 (48.6)

〔注〕 使用係数  $K_A$ : 駆動機 U: 均一駆動力 (電動機, ガスタービンなど), M: 中程度の衝撃 (多気筒内燃機関)  
 使用係数  $K_A$ : 被駆動機 U: 均一負荷, M: 中程度の衝撃負荷

に示す。実際には、小歯車材料の強度を増す場合があるが、この場合の値は、JGMA/TR0002(2000)を参照されたい。

次に  $U$  値は、表 6.7 から得られる  $U$  値の許容値  $U_{lim}$  とは、下記のような関係が成り立つ。

$$U \leq \frac{U_{lim} \cdot Y_X}{S_{FB}} \tag{6.39}$$

ここで、 $S_{FB}$  は、通常、1.2 とする。

したがって、基準円上の呼び接線力  $F_t$  と基準円上の許容接線力  $F_{tlim}$  との関係は次のようになる。

$$F_{tlim} = \frac{U_{lim} \cdot m \cdot b_N \cdot Y_X}{Y_u} \tag{6.40}$$

$$F_t \leq \frac{F_{tlim}}{S_{FB}} \tag{6.41}$$

なお、 $Y_X$  の値は、表 6.8 に示す。

表 6.8 曲げ強さに対する寸法係数  $Y_X$

材料 $m_N$	a	b	c	d
0.2 以上 5 以下	1.00	1.00	1.00	1.00
5 を超え 10 以下	0.97	0.95	0.93	1.00
10 を超え 16 以下	0.94	0.89	0.83	1.00
16 を超え 25 以下	0.88	0.8	0.7	1.00
25 を超え 40 以下	0.85	0.75	0.7	1.00

(3) 歯面の疲れ強さ (面圧強さ) (surface fatigue strength)

歯面の接触部の応力を求めるためには、ヘルツ (Hertz) の弾性接触理論 (1881 年) が用いられる。図 6.18 に示すような状態で歯車 1, 2 が噛みあっているとき、その接触状態は、曲率半径  $\rho_1, \rho_2$  の 2 円筒が接触している場合に近似して考えることができる。この場合、接触面の最大圧縮応力  $\sigma_{H0}$  は、次式で与えられる。

$$\sigma_{H0} = Z_E \sqrt{\frac{P_n}{b} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)} \tag{6.42}$$

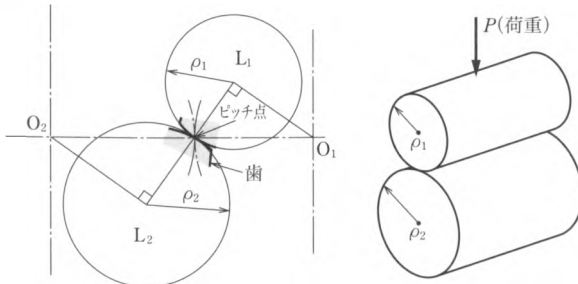


図 6.18 歯面強度の考え方 (ヘルツの弾性接触理論)

ここで、

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \{(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2\}}} \quad (6\cdot43)$$

$P_n$ : 歯面に垂直な荷重,  $b$ : 歯幅,  $E_1, E_2$ : 歯車の縦弾性係数,  $\nu_1, \nu_2$ : ポアソン比.

接触点における曲率半径は場所によって異なるが, 簡単にするために, ピッチ点でかみあっている場合を考えると,

$$\rho_1 = d_1 \sin \alpha, \quad \rho_2 = d_2 \sin \alpha \quad (6\cdot44)$$

また,  $P = P_n \cos \alpha$  の関係を考慮すると, 式(6・42)は以下のように整理することができる.

$$\sigma_{H0} = Z_E \sqrt{\frac{P_n}{b} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)} = Z_E \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{2}{\tan \alpha}} \sqrt{\frac{P}{bd_1} \left( \frac{u+1}{u} \right)} \quad (6\cdot45)$$

式(6・45)はヘルツの弾性接触理論より求められた最大接触応力の式であるが, JGMA では, この式をもとに, 歯面の接触状態の影響を考慮した歯面強度の式を提案している.

歯面強さの簡易計算式で用いられる  $K$  値は, 基準円上の呼び接線力  $F_t$ , 小歯車の基準円直径  $d_1$ , 歯車の歯幅  $b_N$ , 歯数比  $u$  を用いて表すと, 式(6・46)が得られる.

$$K = \frac{F_t}{d_1 \cdot b_N} \cdot \frac{(u \pm 1)}{u} \quad (6\cdot46)$$

次に  $K$  値は, 表 6・7 から得られる  $K$  値の許容値  $K_{lim}$  とは, 下記のような関係が成り立つ.

$$K \leq \frac{K_{lim}}{S_{HB}} \quad (6\cdot47)$$

ここで,  $S_{HB}$  は, 通常, 1.1 とする.  $\pm$ : (+) 符号は外歯車対に, (-) 符号は内歯車対に用いる.

したがって, 基準円上の呼び接線力  $F_t$  と基準円上の許容接線力  $F_{tlim}$  との関係は, 次のようになる.

$$F_{tlim} = K_{lim} \cdot d_1 \cdot b_N \cdot \left( \frac{u}{u \pm 1} \right) \quad (6\cdot48)$$

$$F_t \leq \frac{F_{tlim}}{S_{HB}} \quad (6\cdot49)$$

〔例題 6・5〕 最大動力が 7.5 kW の電動機を駆動源とし、中程度の衝撃が加わる一對の標準平歯車（歯車精度 7 級：JGMA 111-03 より）を用いた減速機用歯車を選定せよ。ただし、減速比を 2.0、かみあい率を 1.7 以上、小歯車の回転数を  $n_1 = 500$  rpm、圧力角  $\alpha = 20^\circ$ 、歯車は支持軸受の中央に取り付けられているとする。

〔解〕

- ① かみあい率から、歯数を決定する。
- ② モジュール  $m$  を仮に決定し、曲げ強度の式から  $U_{lim}$  を求める。
- ③ 歯面強度の式から  $K_{lim}$  を求める。
- ④ 得られた  $U_{lim}$ 、 $K_{lim}$  から、歯車の材料、熱処理法を決定する。

(a) かみあい率から歯数を決定する

$z_1 = 30$ 、 $z_2 = 60$  と仮定し、式(6・11)よりかみあい率を求めると、 $\varepsilon_a = 1.719$  となり、設問の条件を満足することがわかる。よって、 $z_1 = 30$ 、 $z_2 = 60$  とする。

(b) モジュール  $m$  を仮決定し、曲げ強度の式から  $U_{lim}$  を求める

$U_{lim}$  を求めるためには、曲げ強度の式(6・40)に含まれる係数  $Y_u$ 、 $Y_X$  を決定しなければならない。よって  $Y_u$  については、 $u = 60/30 = 2$ 。また歯車 1 と歯車 2 の材料強度を同じ ( $\sigma_{F_{lim1}} = \sigma_{F_{lim2}}$ ) とすると、表 6・6 より、 $Y_u = 0.89$  を得る。

つぎにモジュール  $m$  については、ここでは、 $m = 4$  と仮にモジュールの値を決める。これより、表 6・8 より  $Y_X = 1.00$  となる。

小歯車の歯数とモジュールの値を用いて接線方向力  $F_t$  を求めるためには、小歯車の周速  $v$  を求める必要がある。よって、小歯車のピッチ円直径が  $d_1 = mz_1 = 120$  mm であることから、小歯車の周速  $v$  は、

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi m z_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{3.14 \times 4 \times 30 \times 500}{60 \times 1000} = 3.14 \text{ m/s}$$

したがって接線方向力  $F_t$  は、 $F_t = L/v$  であるから、求めた  $v$  より、 $F_t = 7500/3.14 = 2389$  N

式(6・40)、(6・41)より、 $U_{lim}$  の値を求めると、

$$F_t = 2389 \leq \frac{U_{lim} \cdot m \cdot b_N \cdot Y_X}{S_{FB} \cdot Y_u} = \frac{U_{lim} \times 4 \times 10^{-3} \times 40 \times 10^{-3} \times 1}{1.2 \times 0.89}$$

$$\therefore 15.9 \text{ MPa} \leq U_{lim}$$

(c) 歯面強度の式から、 $K_{lim}$  を求める

式(6・48)、(6・19)より、 $K_{lim}$  の値を求めると、

$$F_t = 2389 \leq \frac{K_{lim} \cdot d_1 \cdot b_N}{S_{HB}} \left( \frac{u}{u+1} \right) = \frac{K_{lim} \times 120 \times 10^{-3} \times 40 \times 10^{-3}}{1.1} \times \frac{2}{3}$$

$$\therefore 0.82 \text{ MPa} \leq K_{lim}$$

よって表6・7のNo.5, N7,  $K_{lim} = 1.21 \text{ MPa}$ ,  $U_{lim} = 91.7 \text{ MPa}$ を選択し, 歯車材料はSCM 440とする.

## 6・2・12

## はすば歯車

helical gear

平歯車の歯すじが軸心に平行であるのに対し, はすば歯車 (helical gear) の歯すじは, 軸心に対してねじれ角  $\beta$  (helix angle: 通常  $10 \sim 30^\circ$ ) をもっている. すなわち, はすば歯車は, 非常に薄い平歯車を無数に重ね合わせ, 少しずつねじっていったものと考えることができる. したがって, かみあい点は歯の一端から始まり, 他端に移動していく. このため, 歯にかかる力の変動も滑らかであるうえ, 荷重も歯すじに沿って分散されやすく, 平歯車のように片当たりをすることが少ない. また, 図6・19に示すように, はすば歯車における歯幅および歯元の歯厚は, 歯がねじれていることにより, 平歯車に比べて大きくなるため, 高い歯車強度が得られる. さらに, かみあい長さが長くなるため, かみあい率も大きくなるので, 振動が抑えられ, 発生音を小さくできる. ただし, はすば歯車は, 歯がねじれているためにスラスト力 (= 円周方向力  $\times \tan \beta$ ) が発生するので, この軸方向荷重を支持できる軸受を設ける必要がある.

軸直角断面の歯形がインボリュート曲線からなるはすば歯車をインボリュートはすば歯車と呼ぶが, インボリュートはすば歯車の幾何学的関係を表すためには, 歯に直角方向の記号 (歯直角方式: 添字  $n$  を用いる) と軸に直角方向の記号 (軸直

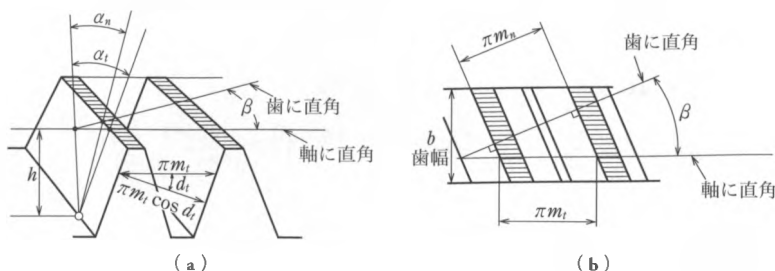


図6・19 はすば歯車のラック

角方式:添字  $t$  を用いる) とを用いる。一般には、歯直角方式を用いる場合が多い。

インボリュートはすば歯車の歯直角モジュールを  $m_n$ 、正面モジュールを  $m_t$  とすると、図 6.19 に示すように、インボリュートはすば歯車とかみあうようなラック工具を考えると、歯直角断面における 1 ピッチの距離は  $\pi m_n$  であり、軸直角断面における距離は  $\pi m_t$  となる。したがって、つぎのような関係が得られる。

$$\pi m_n / \pi m_t = m_n / m_t = \cos \beta \tag{6.50}$$

インボリュートはすば歯車の歯切りは、平歯車用のホブを平歯車を切る角度に、ねじり角  $\beta$  を加えた角度分を傾けることにより行うことができる。したがって、歯直角のモジュールは平歯車と同様となる。

つぎに、はすば歯車の歯面を厳密に取り扱うことは非常に複雑であり、一般には、かみあい位置において、等価なインボリュート歯面をもつ平歯車（相当平歯車: equivalent spur gear）に置き換えて単純化が図られている。図 6.20 に示すようなはすば歯車において、ピッチ点  $P$  を通り、歯すじに直角な断面を考えると、その断面は長径  $= 2a$ 、短径  $= 2b = d_t$ （ピッチ円直径）をもつ楕円となる。このとき、点  $P$  における曲率半径  $= a^2/b$  をピッチ半径  $d_n/2$  と考え、モジュールが  $m_n$  である平歯車を相当平歯車という。相当平歯車の歯数  $z_v$  は、はすば歯車の歯数を  $z$  とすると、

$$z_v = \frac{d_n}{m_n} = \frac{2a^2}{bm_n} = \frac{d_t}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{d_t}{m_t \cos^3 \beta} = \frac{z}{\cos^3 \beta} \tag{6.51}$$

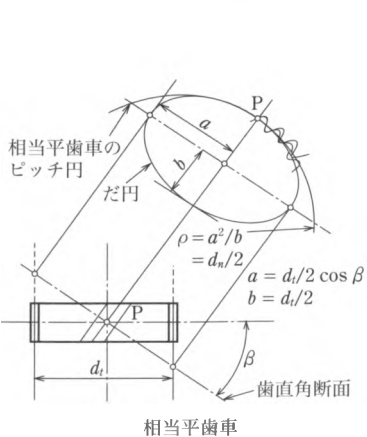


図 6.20 はすば歯車における相当平歯車

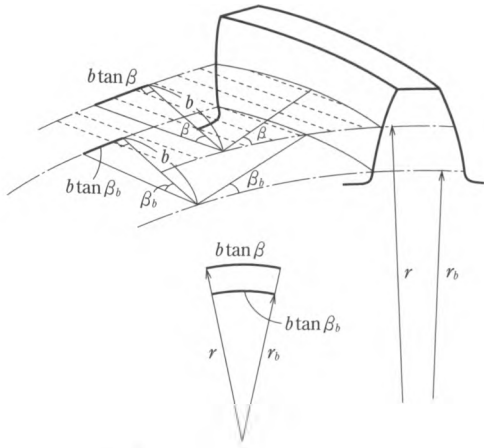


図 6.21 はすば歯車のかみあい率

はすば歯車のかみあい率は、軸直角断面の歯形がかみあう場合の正面かみあい率  $\varepsilon_\alpha$  と、歯がねじれていることによるかみあい率の増大分すなわち重なりかみあい率  $\varepsilon_\beta$  との和として与えられる。重なりかみあい率  $\varepsilon_\beta$  は、基礎円上のかみあい長さの増大分を軸直角方式で表された法線ピッチ  $\pi m_t \cos \alpha_t$  ( $\alpha_t$ : 正面圧力角) で除した値で与えられる。したがって、図 6・21 に示すように、基礎円直径上のねじれ角を  $\beta_b$ 、歯幅を  $b$  とすると、基礎円直径上のかみあい長さの軸直角方向の増分は  $b \tan \beta_b$  となる。また、ピッチ円上でのかみあい長さの増分は  $b \tan \beta$  であり、これらは 1 歯分のそれぞれの円上の長さであることを考慮すると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_\beta &= b \tan \beta_b / \pi m_t \cos \alpha_t = b \tan \beta / \pi m_t \\ \therefore b \tan \beta_b / b \tan \beta &= r_b / r = \cos \alpha_t \end{aligned} \quad (6.52)$$

ここで、 $\alpha_t$ : 軸直角における圧力角

これより、はすば歯車の全かみあい率  $\varepsilon_\gamma$  は、

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + b \tan \beta / \pi m_t \quad (6.53)$$

はすば歯車では、全かみあい率が 1 以上であればよいので、 $b \tan \beta / \pi m_t$  を 1 以上に保てば、 $\varepsilon_\alpha$  をゼロ近くまで小さくできる。このような歯車はスタブ (stab) 歯車と呼ばれ、歯の高さ、すべり率およびすべり速度を小さくできる特徴がある。

### 6・2・13

#### 遊星歯車機構とその派生機構

planetary gear and reducers derived from them

遊星歯車機構 (planetary gear mechanism) を使用すれば、1 段または多段歯車対では得られない高い減速比を、高効率でしかも小型の機構で得ることができる。また、遊星歯車機構から派生した新しい減速機が、数多く開発されている。ここでは、それらの原理と性能について簡単に紹介する。

#### (1) 遊星歯車機構 (planetary gear mechanism)

遊星歯車機構は、太陽歯車 (sun gear : S)、遊星歯車 (planetary gear : P)、キャリア (carrier : C) からなり、おもに図 6・22 の 3 形式に分類され、入出力軸、固定軸の選び方でも異なった減速機となる。S-C-P 式は、内歯車を固定して、偏心クランク軸により遊星歯車に公転を与える。内歯車の太陽歯車とのかみあいにより、遊星歯車は、太陽歯車との歯数の差の分だけ逆向きに自転する。この自転運動を、オルダム継手などを介して取り出すもので、減速比  $n$  は次式で与えられる。

$$n = \frac{Z_P}{Z_S - Z_P} \quad (6.54)$$

ここで、 $Z_S$ ：太陽歯車（内歯車）の歯数、 $Z_P$ ：遊星歯車の歯数、

2S-C式は、内歯車と外歯車の2枚の太陽歯車により、数個の同形の遊星歯車をはさむ形をかみあう。内歯車が固定され、外歯車の太陽歯車を入力軸とし、遊星歯車に取り付けられたキャリアにより、遊星歯車の公転運動を出力として取り出す。減速比は次式で与えられる。

$$n = \frac{Z_I + Z_E}{Z_E}$$

(6・55)

ここで、 $Z_I$ ：内歯車の太陽歯車の歯数、 $Z_E$ ：外歯車の太陽歯車の歯数、

遊星歯車機構は大型から小型のものまで数多く市販されている。一般に、減速比が高くなると、急激に減速効率は低下する。たとえば、 $10^2 < n < 10^3$  の場合、減速効率は  $40\% < \eta < 50\%$  の値をとる。

遊星歯車機構の特徴は、① 平歯車列に比べて、小型で高い減速比が得られる、② 入出力軸が同軸に得られる、③ 減速効率は減速比によって大きく変化することである。

遊星歯車機構に特殊な歯形の歯車を採用すると、新しい減速機が得られる。次に、その代表的な例である調和減速機を紹介する。

(2) 調和減速機 (harmonic drive)

図 6・23 に示すように、剛体の内歯車であるサーキュラスプライン (circular spline)、薄肉のコップ状の弾性体外歯車であるフレクスプライン (flex spline)、楕円状のカムにベアリングを装着したウェーブジェネレータ (wave generator) から構成されている。

フレクスプラインの歯数は、サーキュラスプラインの歯数よりわずか (通常 2

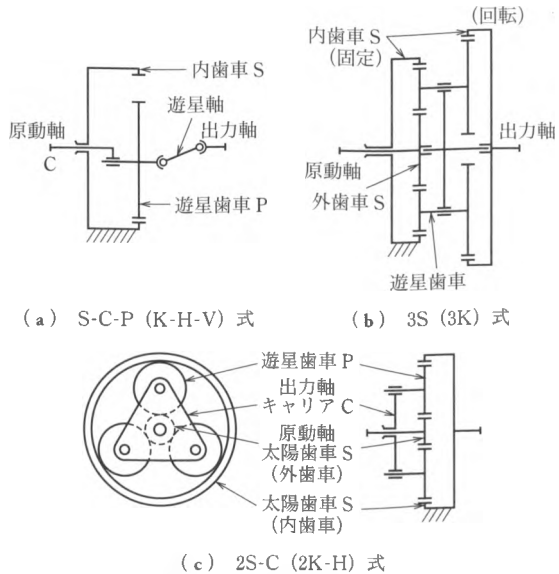


図 6・22 遊星歯車機構の形式<sup>1)</sup>



図 6-23 調和減速機

〔(株) ハーモニック・ドライブ・システムズ カタログより〕

枚) に少ない。フレクススプラインはウェーブジェネレータで楕円状にたわめられ、その長軸上の歯がかみあっている。

図 6-24 のように、サーキュラスプラインを固定し、ウェーブジェネレータを入力軸として回転させれば、フレクススプラインの楕円の長軸が回転し、かみあい位置が移動していく。このかみあい位置はウェーブジェネレータ 1 回転ごとに、フレクススプラインとサーキュラスプラインの歯数の分だけ入力回転の逆向きにずれていくことになる。そこで、フレクススプラインを出力軸にとれば、次式の減速比が得られる。

$$n = \frac{Z_F}{Z_C - Z_F} \quad (6.56)$$

ここで、 $Z_C$ ：サーキュラスプラインの歯数、 $Z_F$ ：フレクススプラインの歯数。

調和減速機は、① 1 段で高減速比が可能、② 部品が 3 点と少なく、入出力軸が同軸で小型・軽量、③ 弾性変形を利用するためバックラッシ (backlash) がきわめて小さい、④ かみあい部のすべりが小さく、高効率という特長をもち、ロボットの関節など多くの場所で用いられている。また、多くのラインアップが用意されている。もっとも汎用的なシリーズの定格表を表 6.9 に示す。

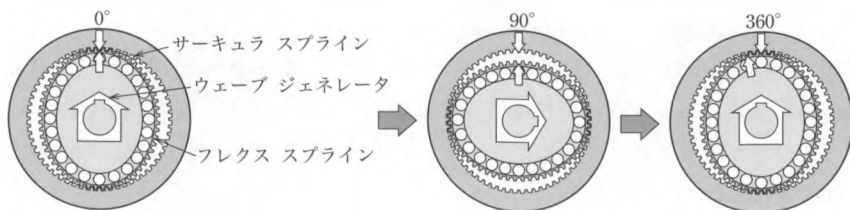


図 6-24 調和減速機の回転原理〔(株) ハーモニック・ドライブ・システムズ カタログより〕

表 6-9 調和減速機の定格表

型番	速比	定格トルク (Nm)	許容起動トルク (Nm)	許容平均トルク (Nm)	許容瞬時最大トルク (Nm)	型番	速比	定格トルク (Nm)	許容起動トルク (Nm)	許容平均トルク (Nm)	許容瞬時最大トルク (Nm)
8	30	0.9	1.8	1.4	3.3	50	50	245.0	715.0	350.0	1430.0
	50	1.8	3.3	2.3	6.6		80	372.0	941.0	519.0	1860.0
	100	2.4	4.8	3.3	9.0		100	470.0	980.0	666.0	2060.0
14	30	4.0	9.0	6.8	17.0	65	120	529.0	1080.0	813.0	2060.0
	50	5.4	18.0	6.9	35.0		160	529.0	1180.0	843.0	2450.0
	80	7.8	23.0	11.0	47.0		50	490.0	1420.0	720.0	2830.0
	100	7.8	28.0	11.0	54.0		80	745.0	2110.0	1040.0	3720.0
20	50	25.0	56.0	34.0	98.0	80	100	951.0	2300.0	1520.0	4750.0
	80	34.0	74.0	47.0	127.0		120	951.0	2510.0	1570.0	4750.0
	100	40.0	82.0	49.0	147.0		160	951.0	2630.0	1570.0	4750.0
	120	40.0	87.0	49.0	147.0		50	872.0	2440.0	1260.0	4870.0
	160	40.0	92.0	49.0	147.0		80	1320.0	3430.0	1830.0	6590.0
32	50	76.0	216.0	216.0	382.0	100	100	1700.0	4220.0	2360.0	7910.0
	80	118.0	304.0	304.0	568.0		120	1990.0	4590.0	3130.0	7910.0
	100	137.0	333.0	333.0	647.0		160	1990.0	4910.0	3130.0	7910.0
	120	137.0	353.0	353.0	686.0		50	1580.0	4450.0	2280.0	8900.0
	160	137.0	372.0	372.0	686.0		80	2380.0	6060.0	3310.0	11600.0
40	50	137.0	402.0	402.0	686.0	100	100	2940.0	7350.0	4630.0	14100.0
	80	206.0	519.0	519.0	980.0		120	3180.0	7960.0	5720.0	15300.0
	100	265.0	568.0	568.0	1080.0		160	3550.0	9180.0	5720.0	15500.0
	120	294.0	617.0	617.0	1180.0						
	160	294.0	647.0	647.0	1180.0						

(株) ハーモニック・ドライブ・システムズ, CSF コンポーネントシリーズより

6-3

巻掛け伝動

wrapping transmission

6-3-1

巻掛け伝動の種類と特徴

types of wrapping transmission and their features

巻掛け伝動は、駆動軸と被駆動軸間の間隔が大きい場合に、両軸に車を取り付け、ベルト（ベルト伝動：belt drive）、チェーン（チェーン伝動：chain drive）などを掛け渡して駆動軸のパワーを伝達する方法である。また、プリンタの印字ヘッドのように、ベルトに物体を固定して、ベルトの駆動により、その位置を制御する場合などにも使用される。

ベルト伝動は図 6・25 のように、軸に取り付けたプーリー (pulley) にベルトを掛け渡す。ベルトには平ベルト (flat belt), V ベルト (V belt), 歯付きベルト (synchronous belt) がある。平ベルトと V ベルトとプーリーの断面形状を図 6・26 に示す (JIS K 6321, K 6323, B 1852, B 1854)。

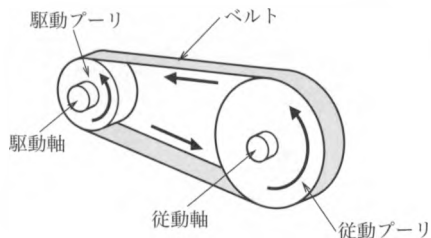


図 6・25 ベルトとプーリー

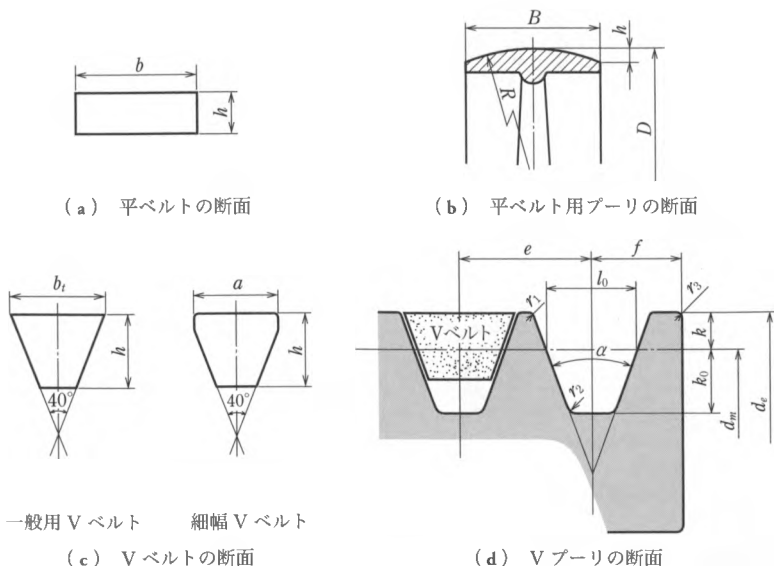


図 6・26 ベルトとプーリーの断面形状

ベルト伝動は、ベルトとプーリーとの間の摩擦によりパワーを伝達するため、巻掛け時に初期張力が必要となる。回転中のベルトはプーリーの高いところへ移る傾向があるため、平ベルトのプーリーは中高 (crown) とし、はずれにくくするのがふつうである。伝達パワーが大きくなると、ベルトとプーリー間のすべりが問題となるが、V ベルトを用いれば、くさび効果により大きな摩擦が得られる。また、プーリー当たりの本数を増して、さらに伝達パワーを増大させることができる。

歯付きベルトは、図 6・27 に示すように、ベルトに付けられた歯とプーリーの歯がかみあってパワーが伝達されるため、平ベルト、V ベルトのように、すべりを生



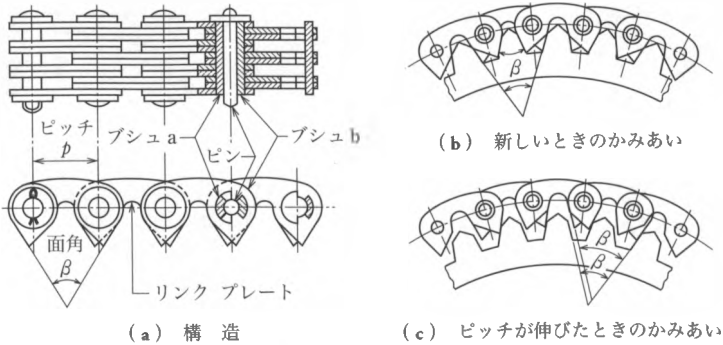


図 6-29 サイレントチェーン

伝動には不適である。振動騒音をきらう場合には、図 6-29 のサイレントチェーン (silent chain) を用いる。経年変化により、チェーンに伸びを生じて、チェーンと sprocket とのピッチ誤差を生じても、チェーンのめがね形リンクの両端外側傾斜面が、つねに sprocket の歯面に密着してかみ込むため、伝動状態が良好で、騒音を低減することができる。

巻掛け伝動の種類とその特徴について表 6-10 にまとめる。

表 6-10 巻掛け伝動の種類と特徴

駆動形式	巻掛け体	回転速度比	巻掛け体速度	すべり	特徴
ベルト伝動	平ベルト	高	高	許す	すべり大、ベルトの横ずれ
	Vベルト	中	中		すべり小、本数を増やして大動力
	歯付きベルト	中	高		伝達効率高、高速・高トルク伝達
チェーン伝動	ローラチェーン	中	低	許さない	初期張力不要、高速では振動
	サイレントチェーン	中	低		静粛

### 6-3-2 歯付きベルトの伝達パワー

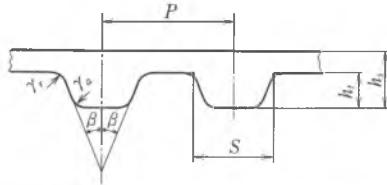
transmission power of synchronous belt

ここでは、各種機械システムによく用いられる歯付きベルト伝動における伝達パワーの計算を行う。

#### (1) ベルトの種類決定

歯付きベルトは、歯の大きさにより、表 6-11 のように、小さいほうから XL, L, H, XH, XXH の 5 種類に分類される (JIS K 6372)。その選定図を図 6-30 に

表 6・11 歯付きベルトの形状と寸法 (JIS K 6372)



項目	種類	XL	L	H	XH	XXH
長さ(呼び長さ)* <sup>1</sup>		60 ~ 260	124 ~ 600	240 ~ 1700	507 ~ 1750	700 ~ 1800
幅(呼び幅)* <sup>2</sup>		25 ~ 37	50 ~ 100	75 ~ 300	200 ~ 400	200 ~ 500
歯数		30 ~ 130	33 ~ 160	48 ~ 340	58 ~ 200	56 ~ 144
幅 25.4 mm 当たりの引張り強さ (kN)		1.96 以上	2.65 以上	6.77 以上	9.32 以上	10.8 以上
$P$ * <sup>3</sup>	(mm)	5.080	9.525	12.700	22.225	31.750
$2\beta$	(°)	50	40	40	40	40
$S$	(mm)	2.57	4.65	6.12	12.57	19.05
$h_t$	(mm)	1.27	1.91	2.29	6.35	9.53
$h_s$	(mm)	2.3	3.6	4.3	11.2	15.7
$\gamma_r$	(mm)	0.38	0.51	1.02	1.57	2.29
$\gamma_a$	(mm)	0.38	0.51	1.02	1.19	1.52

(注) \*<sup>1</sup> 長さは呼びで表し、長さ 254 mm を呼び長さ 100 とする。

\*<sup>2</sup> 幅は呼び幅で表し、幅 25.4 mm を呼び幅 100 とする。

\*<sup>3</sup>  $P$ の数値は基準寸法である。

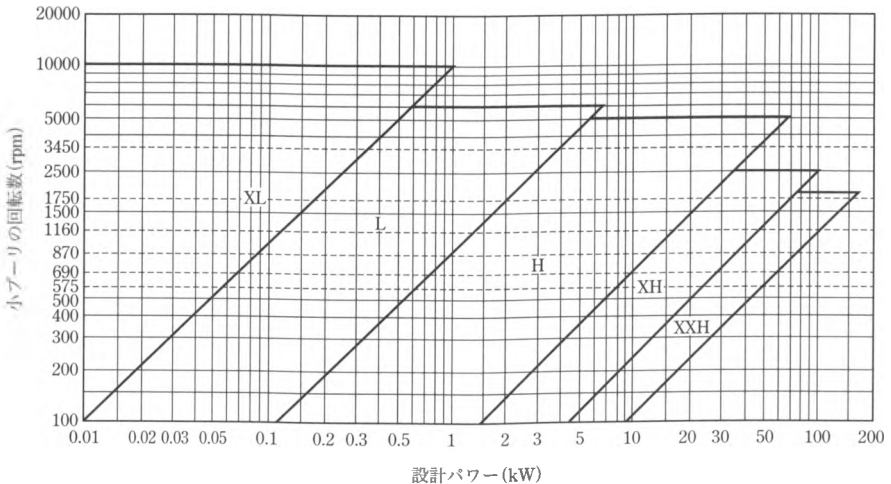


図 6・30 歯付きベルトの選定図

示す。

実際の伝達パワー  $P_N$  に、負荷による補正を考慮した次式の設計パワー  $P_d$  を用いる。

$$P_d = K_0 P_N \quad (6.57)$$

ここで、 $K_0$  は負荷補正係数であり、表 6.12 から選択する。設計パワーと小プーリの回転数  $N$  (rpm) から、図 6.30 の選定図により歯付きベルトの種類を決定する。

## (2) 歯付きベルトの長さの決定

歯付きベルトの長さ  $L'$  (mm) は、軸間距離  $C'$  (mm) から、次式を用いて求める。

$$L' = 2C' + 1.57(D_p + d_p) + \frac{(D_p - d_p)^2}{4C'} \quad (6.58)$$

ここで、 $D_p$  : 大プーリのピッチ円直径 (mm)、 $d_p$  : 小プーリのピッチ円直径 (mm)。

表 6.12 歯付きベルトを使用する機械と負荷補正係数  $K_0$

使用機械の一例	原 動 機					
	最大出力が定格の 300% 以下			最大出力が定格の 300% 以上		
	交流モータ (標準モータ, 同期モータ), 直流モータ (分巻き), 2 シリンダ以上のエンジン			特殊モータ (高トルク), 直流モータ (直巻き), 単シリンダエンジン, ラインシャフト, クラッチ		
	1 日の運転時間 (h)			1 日の運転時間 (h)		
	3 ~ 5	8 ~ 10	16 ~ 24	3 ~ 5	8 ~ 10	16 ~ 24
展示機器, 計測機器, 医療機器	1.0	1.2	1.4	1.2	1.4	1.6
掃除機, ミシン, 事務機, 木工旋盤, 帯のご盤	1.2	1.4	1.6	1.4	1.6	1.8
軽荷重用コンベア, 梱包機	1.3	1.5	1.7	1.5	1.7	1.9
攪拌機 (流体), ボール盤, 旋盤, ねじ切り盤, 丸のご盤, 洗濯機, 印刷機械	1.5	1.7	1.9	1.7	1.9	2.1
攪拌機 (セメント, 粘性体), ベルトコンベア (砂, 鉱石), 研削盤, フライス盤, コンプレッサ, 回転圧縮機	1.6	1.8	2.0	1.8	2.0	2.2
コンベア (パケット, エレベータ), 洗濯機, ファン, プロア, 発電機, ゴム加工機, 繊維機械 (織機, 撚糸機)	1.7	1.9	2.1	1.9	2.1	2.3
遠心分離器, コンベア (フライト, スクリュー) ハンマミル, 製紙機械 (パルパビータ)	1.8	2.0	2.2	2.0	2.2	2.4

負荷変動

表 6・13 歯付きベルトの許容張力  $T_a$  と単位長さ当たりの質量  $m$

ベルトの種類	$T_a$ (N)	$m$ (kg/m)
XL	182	0.068
L	224	0.096
H	623	0.133
XH	849	0.312
XXH	1040	0.402

(3) ベルトの基本伝動容量の決定

ベルト幅 25.4 mm, かみあい歯数 6  
 以上における伝動容量を基本伝動容量  $P_r$  とし, 以下の式で与える.

$$P_r = 0.5236 \times d_p \times N \times (T_a - T_c) \times 10^{-7} \text{ (kW)}, \quad T_c = mv^2 \quad (6\cdot59)$$

ここで,  $T_a$ : 25.4 mm 幅ベルトの許容張力 (N),  $T_c$ : 25.4 mm 幅ベルトの遠心力 (N),  $m$ : 25.4 mm 幅ベルトの単位長さ当たりの質量 (kg/m),  $v$ : ベルト速度 (m/s).  $T_a$  および  $m$  の値を表 6・13 に与える.

(4) ベルト幅の決定

ベルト幅は, 基本伝動容量  $P_r$  を用いて以下の式によって決定され, 表 6・14 より下式を満足する  $K_w$  を選ぶ.

$$K_w \geq P_d / (P_r \times K_m) \quad (6\cdot60)$$

ここで,  $K_w$ : ベルト幅の補正係数,  $K_m$ : 小プーリのかみあい歯数  $Z_m$  による補正係数 (表 6・15), また, 小プーリの歯数を  $Z$  とすると,

$$Z_m = Z \times \frac{1}{360} \left( 180^\circ - \frac{57^\circ (D_p - d_p)}{C} \right) \quad (6\cdot61)$$

表 6・16 には, プーリの歯数とピッチ円直径  $d_p$  と外径  $d_o$  を与える. 一般に小プーリの周速は, 33 m/s を超えないものとする.

[例題 6・6] パワーが  $P_N = 2.0$  kW で, スピンドルの回転数を  $N = 300$  rpm から 2500 rpm まで変化させられるフライス盤を製作するとき, 電動機でスピンドルを駆動するための歯付きベルトの幅を決定せよ. ただし, フライス盤は 1 日 8 時間使用するとし, 大プーリを駆動するものとする. また, 回転比は約 1.2, 軸間距離は

表 6・14 歯付きベルトのベルト幅補正係数  $K_w$

ベルト呼び幅	ベルト幅 (mm)	$K_w$
25	6.4	0.15
31	7.9	0.21
37	9.5	0.28
50	12.7	0.42
75	19.1	0.71
100	25.4	1.00
150	38.1	1.56
200	50.8	2.14
300	76.2	3.36
400	101.6	4.76
500	127.0	6.15

表 6・15 歯付きベルトのかみあい歯数による補正係数  $K_m$

かみあい歯数 $Z_m$	$K_m$
6 以上	1.00
5	0.80
4	0.60
3	0.40
2	0.20

表 6・16 歯付きプーリのピッチ円直径と外径

種類 歯数	XL		L		H		XH		XXH	
	直径 $d_p$	$d_0$	$d_p$	$d_0$	$d_p$	$d_0$	$d_p$	$d_0$	$d_p$	$d_0$
20	32.34	31.83	60.04	59.88	80.85	79.48				
(21)	33.96	33.45	63.67	62.91	84.89	83.52				
22	35.57	35.07	66.70	65.94	88.94	87.56	156.64	152.84	222.34	219.29
(23)	37.19	36.68	69.73	68.97	92.98	91.61	162.71	159.92	232.45	229.40
24	38.81	38.30	72.77	72.00	97.02	95.65	169.79	166.99	242.55	239.50
25	40.43	39.92	75.80	75.04	101.06	99.69	176.86	174.07	252.66	249.61
26	42.04	41.53	78.83	78.07	105.11	103.73	183.94	181.14	262.76	259.72
(27)	43.66	43.15	81.86	81.10	109.15	107.78	191.01	188.22	272.87	269.82
28	45.28	44.77	84.89	84.13	113.19	111.82	198.08	195.29	282.98	279.93
30	48.51	48.00	90.96	90.20	121.28	119.90	212.23	209.44	303.19	300.14
32	51.74	51.24	97.02	96.26	129.36	127.99	226.38	223.59	323.40	320.35
36	58.21	57.70	109.15	108.39	145.53	144.16	254.68	251.89	363.80	360.78
40	64.68	64.17	121.28	120.51	161.70	160.33	282.98	280.18	404.25	401.21
48	77.62	77.11	145.53	144.77	194.04	192.67	339.57	336.78	485.10	482.06
60	97.02	96.51	181.91	181.15	242.55	241.18	424.47	421.67	606.38	603.33

(注) 1. ( ) の歯数は、なるべく用いないことが望ましい。

2.  $d_p$ : ピッチ円直径,  $d_0$ : 歯先円直径

3. ピッチ円直径は、つぎの式で求めた値である,  $d_p = \frac{\text{ピッチ } p_t \times \text{歯数}}{\pi}$

$C = 300 \text{ mm}$  とし、小プーリのピッチ円直径は  $80 \text{ mm}$  程度としたい。

[解] 表 6・12 を用いて設計パワー  $P_d$  を求めると、

$$P_d = K_0 \times P_N = 1.8 \times 2.0 = 3.6 \text{ kW}$$

小プーリの最高回転数は、スピンドル最大回転数が  $2500 \text{ rpm}$  であることから、 $N = 2500 \times 1.2 = 3000 \text{ rpm}$  となる。

よって、図 6・30 より、歯付きベルトの種類は H となる。

つぎに、小プーリのピッチ円直径が  $80 \text{ mm}$  程度であることから、表 6・16 より、 $d_p = 80.85 \text{ mm}$  を選択する。また、回転比が約 1.2 であることから、大プーリのピッチ円直径は  $D_p = 97.02 \text{ mm}$  とする。よって、式(6・59)より、ベルトの基本伝動容量  $P_r$  を求めると、表 6・13 から、 $T_a = 623 \text{ N}$ ,  $m = 0.133 \text{ kg/m}$  が得られ、

$$\begin{aligned} P_r &= 0.5236 \times 80.85 \times 3000 \times \{623 - 0.133 \times (0.08085 \times 3.14 \times 50)^2\} \times 10^{-7} \\ &= 7.64 \text{ kW} \end{aligned}$$

となる。

ベルト幅を求めるためには、 $Z_m$  の値を求める必要があるので、

$$Z_m = 20 \times \{180 - 57 \times (97.02 - 80.85)/300\}/360 = 9.83$$

よって、表 6・15 より、 $K_m=1.0$  となる。したがって、式(6・60)は  $K_w=3.6/7.64=0.47$  であることから、表 6・14 を用いて、ベルト幅を 19.1 mm とする。

## 6・4

### ボールねじ

ball screws

ボールねじは、ねじ軸 (screw shaft) とナット (nut) の間に多数の玉を介在させ、ねじ運動におけるすべり接触を転がり接触に置き換えた送り運動用ねじの一種である。したがって、一般のすべりねじと比較して、機械効率が格段にすぐれており、NC 工作機械をはじめ、半導体製造装置、産業用ロボット、各種産業用機械、自動車用電動ステアリングなどの直動送り機構として幅広く使用されている。

ボールねじの長所としては、以下のようなことがあげられる。

- ① 摩擦が非常に小さく、機械効率が高い。
- ② 摩擦抵抗のむら小さいので、始動トルクや動トルクの変動が小さい。
- ③ 予圧を付与することで、バックラッシュを除去し、剛性を高めることができる。
- ④ 規格化されているため互換性があり、精度のわりには経済的である。
- ⑤ 通常、グリース潤滑を適用できるので、保守が容易である。

短所としては、

- ① 高速で駆動したときの騒音が大きい。
- ② すべりねじと比較して耐衝撃性、減衰性に劣る。
- ③ 機械効率が高いため、保持動作や逆転防止のための付帯要素を必要とする。

#### 6・4・1

#### ボールねじの構造と材料

construction and materials of ball screws

ボールねじは、図 6・31 に示すようなねじ溝を設けたねじ軸、ナットおよび多数の玉から構成されている。転がり軸受のような玉保持器はもたないが、玉と玉の間にセパレータ (樹脂製スペーサ) を挿入したものもある。ボールねじは、ナット内の玉を負荷圏に循環供給するための玉循環機構を有している。

玉循環機構には、図 6・31 のようなチューブ式のほか、図 6・32 のこま式、エンドキャップ式などがあるが、チューブ式が最も一般的に用いられている。こま式は、ナットの径小径化に有効であり、ナットを回転させて使用するときの回転バラ

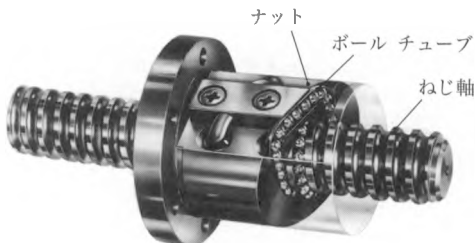


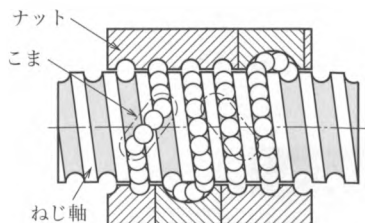
図 6-31 ボールねじの構造 (チューブ式)  
〔日本精工 (株) カタログより〕

スにすぐれている。エンドキャップ式は大リード多条ねじに適している。ここで、リード (lead) とは、ねじを 1 回転させたときのナット移動量を表し、ピッチ (pitch) とは、軸線方向のねじ山間隔を表す。したがって、一条ねじの場合はリードとピッチは一致するが、多条ねじのリードはピッチの条数倍になる。

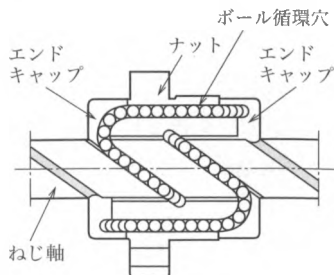
ねじ溝の方向 (軌道の方向) に対し垂直な断面における溝形状を図 6-33 に示す。ねじ軸およびナットの軌道はねじれているため、玉とねじ溝の接触点は、この断面に存在し、接触角  $\alpha$  は図に示すように定義される。ゴシックアーチ溝は、中心の異なる二つの円弧からなり、サーキュラーク溝は単一の円弧からなる。わが国では、市販されているほとんどのボールねじは、ゴシックアーチ溝を採用している。

ボールねじのねじ溝仕上げは、研削、転造、旋削などの方法により行われるが、研削仕上げが最も一般的である。転造仕上げでは、精度上の限界がある反面、コスト面でのメリットが大きい。旋削仕上げは、研削仕上げが困難な大径、長軸ねじの場合に採用されている。

ねじ溝の表面硬度としては、HRC 58 ~ 62 が要求される。そのため、ボールねじの材料としては、SCM 420 H などの浸炭鋼が採用され、浸炭焼入れが行われるが、ねじ軸に限り、AISI 4150

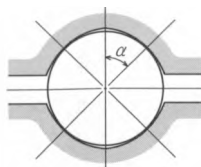


(a) こま式

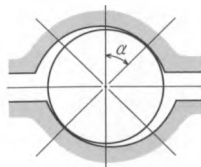


(b) エンドキャップ式

図 6-32 玉循環機構



(a) ゴシックアーチ溝



(b) サーキュラーク溝

図 6-33 ボールねじの溝形状

Hに誘導加熱焼入れが施される場合がある。耐食性の要求される用途に対しては、SUS 440 C, SUS 630などが用いられる。

## 6・4・2

## 摩擦と機械効率

friction and mechanical efficiency

ボールねじのねじ軸およびナットに働く荷重とトルクの関係には、図6・34に示すように2通りの作動方式がある。同図(a)は、ナットに働く負荷荷重 $F_a$ に逆らって駆動トルク $T$ でねじ軸を回転させる場合で、モータでねじ軸を回転させる最も一般的な使用状態に相当し、正作動と呼んでいる。一方、同図(b)は、ねじ軸に働く負荷トルク $T$ に逆らってナットに駆動荷重 $F_a$ を与える作動方式で、逆作動と呼んでいる<sup>2)</sup>。これら2通りの作動方式は、ナットに働く荷重の方向と移動方向との関係からも区別することができ、両者が逆方向の場合に正作動、同方向の場合に逆作動となる。

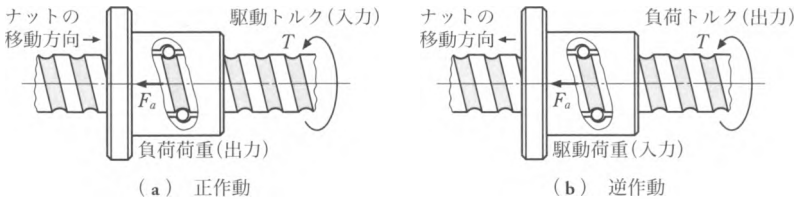


図6・34 ボールねじにおける荷重とトルクの関係

まず、摩擦がないと仮定したときのボールねじに働く荷重とトルクとの関係について考える。 $T_0$ なるトルクでねじ軸を1回転させたとき、ねじ軸のなす仕事 $E$ は、

$$E = 2\pi T_0 \quad (6\cdot62)$$

ねじ軸が1回転すれば、 $F_{a0}$ なるアキシアル荷重を受けたナットは1リード移動するので、ナットのなす仕事 $E$ は、

$$E = F_{a0} l \quad (6\cdot63)$$

ところで、リードとリード角の関係は、

$$l = \pi d_m \tan \gamma_m \quad (6\cdot64)$$

ここで、 $l$ :リード、 $\gamma_m$ :リード角、 $d_m$ :玉中心円径\*。

式(6・62)～式(6・64)より、摩擦を無視したときの荷重とトルクの関係は、

\* 玉中心を通るつる巻き線からなる仮想円筒の直径。

$$T_0 = F_{a0} \frac{d_m}{2} \tan \gamma_m \quad (6.65)$$

つぎに、式(6.65)に対して摩擦損失項を導入する。ところで、上述したように、ボールねじの軌道はねじれているために、玉荷重  $Q$  の作用方向は、図 6.35\* に示すように、接触角  $\alpha$  とリード角  $\gamma_m$  によって決まる。同図より、玉荷重のアキシャル成分を  $Q_z$  とおけば、

$$Q_z = Q \sin \alpha \cos \gamma_m \quad (6.66)$$

摩擦力を  $Q_f$  とおけば、

$$Q_f = \mu Q \quad (6.67)$$

ここで、 $\mu$  : 摩擦係数、

ボールねじ内のすべての玉荷重が一様で、負荷を受けている玉数を  $Z$  とすれば、図 6.36 からアキシャル荷重  $F_a$  と玉荷重  $Q$  および玉 1 個当たりの摩擦力  $Q_f$  のアキシャル成分との関係は、

$$F_a - ZQ_z \pm ZQ_f \sin \gamma_m = 0 \quad (6.68)$$

ただし、

$$Z = \xi \zeta \frac{\sqrt{l^2 + (\pi d_m)^2}}{D_a} \quad (6.69)$$

ここで、 $\xi$  : 有効ねじ巻数、 $\zeta$  : 玉循環回路数 (列数)、 $D_a$  : 玉径。

また、上下の符号はそれぞれ正作動および逆作動の場合を表す。

式(6.66)～式(6.68)を用いて  $Q_z$  を消去すれば、

$$ZQ_f = \frac{\mu F_a}{\sin \alpha \cos \gamma_m \mp \mu \sin \gamma_m} \quad (6.70)$$

つぎに、式(6.62)および式(6.63)に摩擦仕事  $E_f$  を導入し、両者を等しいとおけば、

$$2 \pi T = F_a l \pm E_f \quad (6.71)$$

ただし、

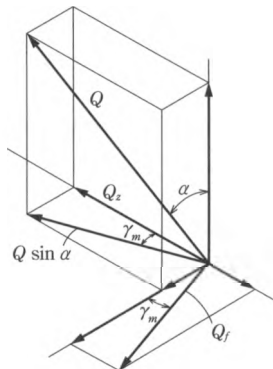


図 6.35 玉荷重と分力

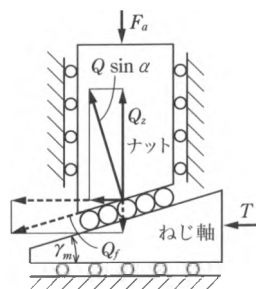


図 6.36 動力変換時の力の釣合い

\* わかりやすくするために、図 6.35 に示した玉荷重と玉摩擦力は、いずれも玉中心を通るつる巻き線上に作用するものとしている。

$$E_f = ZQ_f \frac{\pi d_m}{\cos \gamma_m} \quad (6.72)$$

そこで、式(6.71)に式(6.70)、式(6.72)を代入して  $Q_f$  を消去し、さらに  $l$  を消去すれば、次式が導ける。

$$2\pi T = \pi d_m F_a \tan \gamma_m \pm \frac{\pi d_m \mu F_a}{\cos \gamma_m (\sin \alpha \cos \gamma_m \mp \mu \sin \gamma_m)} \quad (6.73)$$

上式を整理すると、

$$T = F_a \frac{d_m}{2} \cdot \frac{\tan \gamma_m \pm \frac{\mu}{\sin \alpha}}{1 \mp \tan \gamma_m \frac{\mu}{\sin \alpha}} \quad (6.74)$$

ここで、摩擦角  $\rho$  を導入する。  $\tan \rho = \mu / \sin \alpha$  とおけば、摩擦を考慮したときの荷重とトルクの関係式が、つぎのように導ける。

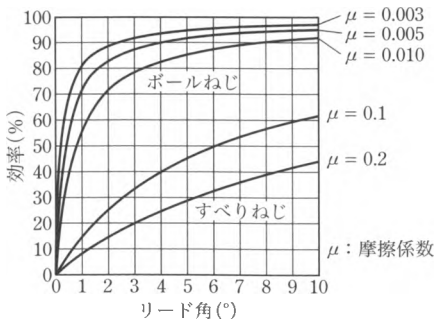
$$T = F_a \frac{d_m}{2} \cdot \frac{\tan \gamma_m \pm \tan \rho}{1 \mp \tan \gamma_m \tan \rho} = F_a \frac{d_m}{2} \tan(\gamma_m \pm \rho) \quad (6.75)$$

摩擦トルクを  $T_f$ 、摩擦力を  $F_{af}$  とおけば、

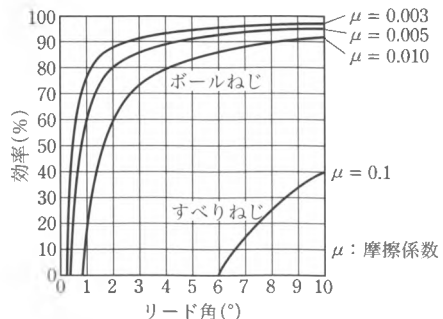
$$\text{正作動時: } T_f = T - T_0 = F_a \frac{d_m}{2} \{ \tan(\gamma_m + \rho) - \tan \gamma_m \} \quad (6.76)$$

$$\text{逆作動時: } F_{af} = F_a - F_{a0} = T \frac{2}{d_m} \left\{ \frac{1}{\tan(\gamma_m - \rho)} - \frac{1}{\tan \gamma_m} \right\} \quad (6.77)$$

機械効率は、入力と出力との比から、つぎのように与えられる。



(a) 正作動時



(b) 逆作動時

図 6.37 ボールねじの機械効率

$$\text{正作動時: } \eta = \frac{T_0}{T} = \frac{\tan \gamma_m}{\tan(\gamma_m + \rho)} \quad (6.78)$$

$$\text{逆作動時: } \eta = \frac{F_{a0}}{F_a} = \frac{\tan(\gamma_m - \rho)}{\tan \gamma_m} \quad (6.79)$$

ボールねじの摩擦係数は、通常 0.003 ~ 0.005 の値をとり、正作動および逆作動時の機械効率をすべりねじの場合と比較すると、図 6.37 のようになる。

〔例題 6.7〕 玉中心円径 25.8 mm (ねじ軸外径 25 mm)、リード 6 mm のゴシックアーチ溝をもつボールねじに、1000 N のアキシャル荷重が作用している。ねじ軸を回転させるのに必要な駆動トルクと、そのときの摩擦トルクおよび機械効率を求めよ。

〔解〕 リード角は、

$$\tan \gamma_m = \frac{l}{\pi d_m} = \frac{6}{25.8\pi} = 7.40 \times 10^{-2}$$

$$\therefore \gamma_m = 4.23^\circ$$

ゴシックアーチ溝の接触角を  $45^\circ$ 、摩擦係数を 0.004 とすれば、摩擦角は、

$$\tan \rho = \frac{\mu}{\sin \alpha} = \frac{0.004}{\sin 45^\circ} = 5.66 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \rho = 0.324^\circ$$

入力がトルクである場合、作動方式は正作動に相当するから、駆動トルクは、

$$\begin{aligned} T &= F_a \frac{d_m}{2} \cdot \frac{\tan \gamma_m + \tan \rho}{1 - \tan \gamma_m \tan \rho} \\ &= 1000 \times \frac{25.8 \times 10^{-3}}{2} \times \frac{7.40 \times 10^{-2} + 5.66 \times 10^{-3}}{1 - 7.40 \times 10^{-2} \times 5.66 \times 10^{-3}} = 1.03 \text{ Nm} \end{aligned}$$

摩擦トルクは、

$$\begin{aligned} T_f &= F_a \frac{d_m}{2} \{ \tan(\gamma_m + \rho) - \tan \gamma_m \} \\ &= 1000 \times \frac{25.8}{2} \times 10^{-3} \times \{ \tan(4.23 + 0.324) - \tan(4.23) \} \\ &= 7.34 \times 10^{-2} \text{ Nm} \end{aligned}$$

機械効率は、

$$\eta = \frac{\tan \gamma_m}{\tan(\gamma_m + \rho)} = \frac{7.40 \times 10^{-2}}{\tan(4.23 + 0.324)} = 0.929$$

## 6・4・3

## ボールねじの変形量と予圧

deformation and preload of ball screws

ボールねじに生じる変形は、玉とねじ溝間の接触弾性変形が大きき部分を占めており、長軸のボールねじを除き、ねじ軸に生じるアキシアル変形やねじり変形は小さい。

接触弾性変形  $\delta$  と玉荷重  $Q$  の関係は、ヘルツの式<sup>3),4)</sup> から、つぎのように表せる。

$$\delta = cQ^{2/3} \quad (6\cdot80)$$

ここで、 $c$ ：ヘルツ定数で、

$$Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha \cos \gamma_m} \quad (6\cdot81)$$

すべての玉荷重が一樣であり、摩擦力を無視すれば、アキシアル荷重と玉荷重の関係は、

$$F_a = QZ \sin \alpha \cos \gamma_m \quad (6\cdot82)$$

接触弾性変形  $\delta$  とねじ軸とナット間の相対アキシアル変位  $\delta_a$  との関係は、

$$\delta_a = \frac{\delta}{\sin \alpha \cos \gamma_m} \quad (6\cdot83)$$

式(6・80)、(6・82)を用いれば、上式はつぎのように書くことができる。

$$\delta_a = \frac{c}{\sin \alpha \cos \gamma_m} \left( \frac{F_a}{Z \sin \alpha \cos \gamma_m} \right)^{2/3} \quad (6\cdot84)$$

ボールねじを位置決め装置のような精密送りに使用する場合、バックラッシの除去、剛性の増大を目的として、予圧を付与するのが慣用的手段となっている。

予圧方式としては、図6・38に示すように、(a)ダブルナット定位置予圧が最も一般的で、それ以外にも(b)ダブルナット定圧予圧、(c)インテグラルリード予圧、(d)オーバサイズボール予圧などがある。

ダブルナット定位置予圧は、2個のナットの間になおかに厚めのシムプレートを挿入し、互いのナットをねじ込んで予圧を付与する。ダブルナット定圧予圧は、シムプレートの代わりに皿ばねなどを用いる方法であり、アキシアル荷重が一方である場合のみ適用できる。インテグラルリード予圧は、ダブルナット定位置

予圧を単一のナットを用いて実現したもので、ナットに二つの玉循環回路を設けておき、二つの回路間のねじにごく微小な位相差  $\alpha$  (ピッチ差) を与えることで、予圧を付与する。オーバサイズボール予圧は、ねじ軸とナットのねじ溝空間よりも数  $\mu\text{m}$  大きめの玉を組み込み、予圧を付与するもので、この方式では、玉はゴシックアーチ溝に対して4点接触する。ナット長さのコンパクト化と低コスト化に有効であるが、2点接触するボールねじと比較して、差動すべり摩擦がかなり増大するので、軽予圧の場合に限定される。

なお、図(a)~(c)の予圧方式において、 $F_p$  なる予圧だけが作用しているときの摩擦トルク  $T_f$  は、式(6.76)、(6.77)から、つぎのように与えられる。

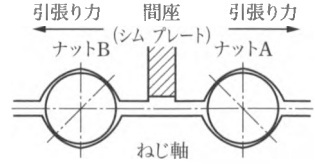
$$T_f = \frac{F_p d_m \mu \sin \alpha (1 + \tan^2 \gamma_m)}{\sin^2 \alpha - \mu^2 \tan^2 \gamma_m} \quad (6.85)$$

図6.38(a)から明らかなように、ボールねじに予圧を付与すると、両ナットにおける玉荷重作用線の向きは逆になる。この状態から、ねじ軸に対して左方向にアキシアル荷重を付加すると、ナットAの玉荷重は増大し、ナットBの玉荷重は減少する。そして、ナットBの玉荷重が0になると、予圧は消滅する。予圧荷重を  $F_p$  とすると、 $F_p = 0$  となるとき  $F_a$  は、次式で与えられる。

$$F_a = 2^{3/2} F_p \approx 2.83 F_p$$

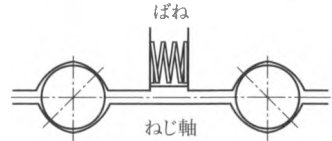
これより、ダブルナット定位置予圧ボールねじにおいて、予圧荷重に対して約3倍のアキシアル荷重が作用すると、予圧抜けが起こる。したがって、アキシアル荷重は予圧荷重の3倍以内にしておくのがよい。

図6.39に、種々の予圧荷重を付与したダブルナット定位置予圧ボールねじのアキシアル荷重とアキシアル変位との関係を示す。これよりも予圧荷重を大きくする

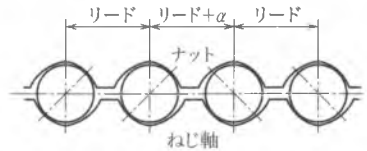


(a) ダブルナット定位置予圧

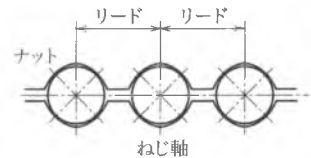
引張り方向                      引張り方向



(b) ダブルナット定圧予圧



(c) インテグラルリード予圧



(d) オーバサイズボール予圧

図6.38 ボールねじの予圧方式

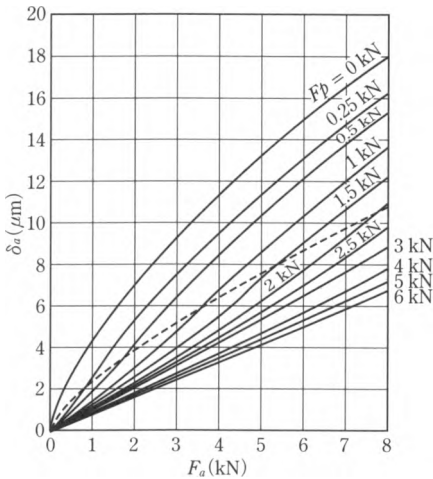


図 6・39 ダブルナット定位予圧ボールねじの軸方向変位

表 6・17 ボールねじの予圧量

ボールねじの用途	予圧量
ロボット、搬送用など	0 ~ 0.01 $C_a$
半導体設備など位置決め精度の高い用途	0.01 ~ 0.04 $C_a$
中・高速の切削系工作機械	0.035 ~ 0.075 $C_a$
低・中速のとくに剛性の要求される設備	0.07 ~ 0.1 $C_a$

(注)  $C_a$ : 基本動定格荷重

につれ、アキシアル変位は減少し、アキシアル剛性が增大していくのがわかる。ここで、図中の破線と実線の交点は、予圧の消滅点を表す。なお、予圧の増大は摩擦の上昇をともなうので、予圧の大きさは、用途に応じて表 6・17 のような値が推奨される。

#### 6・4・4

#### ボールねじの耐久性

durability of ball screws

機械や機器の構成によっては、ボールねじに対して、アキシアル荷重以外にラジアル荷重やモーメントが作用する場合がある。このような場合、特定の玉に過大な荷重が働いて、ねじ溝に圧痕を生じさせたり、早期の破損を招くことになる。したがって、ボールねじを機械や機器に組み込む際は、ナットはできる限り剛性の高い案内要素に固定するのが望ましい。

ボールねじの耐久性を推定する場合、摩耗寿命と疲れ寿命について検討する必要がある。ボールねじの場合、正常な潤滑状態で生じる摩耗は、実用上ほとんど問題にはならないが、潤滑不良や異物の混入によっては、疲れ寿命に到達する以前に摩耗が進展し、予圧抜けや振動騒音の増大をもたらす。設計段階において、摩耗寿命を正確に推定することは困難であるから、運転条件や使用環境に応じた潤滑方法や防塵方法について検討しておくのがよい。

ボールねじの疲れ寿命を推定するには、転がり軸受の寿命計算式を流用するのが実用的である。すなわち、

$$L = \left( \frac{C_a}{F_a} \right)^3 \tag{6-86}$$

ここで、 $L$ : 90%定格寿命,  $C_a$ : 基本動定格荷重であり、 $C_a$ の値は製造メーカーのカタログなどに記載されている。

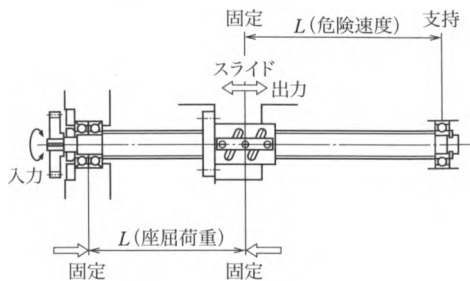
ただし、ボールねじに対するアキシアル荷重が、時間とともに変動する場合には、転がり軸受の場合と同様に、式(6-86)の $F_a$ の代わりに動等価荷重を用いればよい。

### 6-4-5 支持条件と危険速度

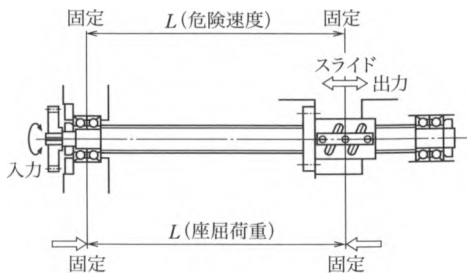
shaft end conditions and critical speed

ボールねじのねじ軸とナットの支持方法は、ねじ軸とナットが入力と出力のいずれを分担するか、また、作動方式は正作動あるいは逆作動のいずれによるかによってさまざまな方式が考えられる。

一般によく採用される代表的な方式を図6-40に示す。同図(a)は、最も一般的な支持方式であって、入力側の軸端を複列アンギュラ玉軸受の正面合わせまたは背面合わせで固定し、他端をラジアル玉軸受で支持するものである。この場合、支持側の軸受は拘束せず、ねじ軸の熱膨張を吸収できるように配慮されている。同図(b)は、ねじ軸の両端を複列アンギュラ玉軸受で固定する方式で、剛性と位置決め精度が同時に要求される用途に用いられる。同図(c)



座屈荷重: 固定-固定  
危険速度: 固定-単純支持  
(a) ねじ軸: 固定-単純支持 (正作動)



座屈荷重: 固定-固定  
危険速度: 固定-固定  
(b) ねじ軸: 固定-固定 (正作動)

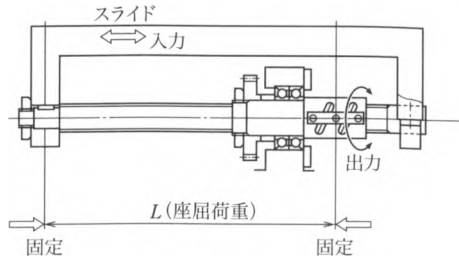
図6-40 ボールねじの支持条件

は、ねじ軸側の直線運動を入力とし、出力をナットの回転運動として取り出す方式であって、ボールねじを逆作動で用いる場合の支持方式である。

なお、ボールねじの支持用軸受として、軸方向の負荷容量と剛性を増大する目的から、通常のアンギュラ玉軸受（接触角  $15^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ）の代わりに、接触角の大きなスラストアンギュラ玉軸受（接触角  $60^\circ$ ）がよく用いられる。

ボールねじのねじ軸は、一般の回転軸と同様に、端末条件および軸の寸法、密度によって決まる固有の危険速度を有している。設計者が考慮しなければならないのは、振動数の最も低い一次の危険速度であるが、長いねじ軸の場合には、高次の危険速度についても検討しておく必要がある。ただし、ねじ軸が回転しているときは、ナットは常に移動状態にあつて、いわゆる移動支持点となるので、危険速度も時々刻々変化すると考えられる。このような過渡状態に関する厳密解を求めるのは困難であるから、代表的ないくつかの箇所にナットが静止しているものとして危険速度を検討しておけばよい。なお、図 6・40 には、軸の長さ  $L$ （危険速度）と端末条件を付記しているので、4章の表 4・7 を用いて危険速度を推定することができる。

また、軸径に比べて長いねじ軸に、歯車やプーリのような直径の大きな部品が取り付けられている場合には、ねじりの固有振動数について考慮しなければならない。さらに、アキシアル荷重が圧縮方向に作用する場合には、座屈荷重についても検討しておく必要がある。この場合、図 6・40 に示した軸の長さ  $L$ （座屈荷重）を用いればよい。



座屈荷重：固定-固定

(c) ナット：回転（逆作動）

図 6・40 ボールねじの支持条件

## 6章 練習問題

問題 6・1 動力伝達要素の種類をあげ、それらの特徴について述べよ。

問題 6・2 歯車の種類とその特徴について述べよ。

問題 6・3 歯車 1 の歯数を  $z_1$ 、歯車 2 の歯数を  $z_2$ 、頂げきを  $c$ 、モジュールを  $m$ 、圧力角を  $\alpha$  とするとき、以下の値を求めよ。

ピッチ円直径，中心距離，歯先円直径，基礎円直径，円ピッチ，法線ピッチ，全歯たけ（切込み深さ），歯末たけ，歯元たけ，歯厚。

**問題 6-4** かみあい率の式を導き， $m = 2$ ，圧力角  $20^\circ$ ， $z_1 = 30$ ， $z_2 = 45$  の標準歯車のかみあい率を求めよ。

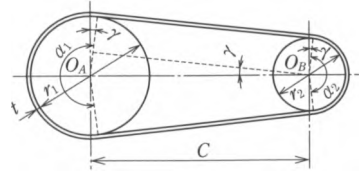
**問題 6-5** 圧力角  $\alpha = 20^\circ$ ，モジュール  $m = 2$ ，歯数  $z_1 = 24$ ， $z_2 = 40$  の標準歯車をバックラッシュ  $j_n = 0.15 \text{ mm}$  でかみあわせるとき，かみあい圧力角および中心距離を求めよ。

**問題 6-6** 歯車における切下げとは何か。また，切下げを生じない限界の歯数を求めよ。

**問題 6-7** 歯車を転位歯車とする理由を述べよ。

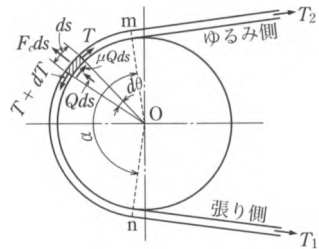
**問題 6-8** JIS の精度等級 5 級の歯車 1 の歯数を  $z_1 = 30$ ，歯車 2 の歯数を  $z_2 = 60$  とするとき，中心距離が  $183 \text{ mm}$  の場合の転位係数を求めよ。ただし，モジュール  $m = 4$ ，圧力角  $\alpha = 20^\circ$  とし，切下げは避けるものとする。また，バックラッシュは，表 6-4 より求めるものとする。

**問題 6-9** 巻掛け伝動には，図示のような平ベルトを用いたものもある。図のように，平ベルトが大小の平プーリ（半径  $r_1$ ， $r_2$ ，中心距離  $C$ ）に巻き付けられて動力を伝達しているとき，ベルトの長さ  $l$  を求める式，およびベルトがプーリに接触している角度（接触角） $\alpha_1$ ， $\alpha_2$  を導け。



問題 6-9 の図

**問題 6-10** 図示のような引張り力  $T_1$ ， $T_2$  が，平ベルト（単位長さ当たりの質量： $m$ ）に加わり，周速度  $v$  で回転しているとき，平ベルトの伝達動力を求めよ。



問題 6-10 の図

**問題 6-11** V ベルトは，平ベルトに比較して大きな伝達動力を得られるという特徴がある。したがって，動力伝達用のベルトとして使用されることが多いが，V ベルトを回転させる力  $P$  を導け。

**問題 6-12** 動力が  $P_N = 3.0 \text{ kW}$  の回転圧縮機を製作するとき，圧縮機の大プーリの回転数  $N$  を  $1400 \text{ rpm}$  とする場合の歯付きベルトの幅を決定せよ。ただし，圧縮機は 1 日 16 時間使用する。また，大プーリと小プーリとの回転比は約 1.35，

軸間距離は  $C = 300 \text{ mm}$  とし、小プーリのピッチ円直径は  $90 \text{ mm}$  程度としたい。

**問題 6・13** 玉中心円径  $33.25 \text{ mm}$ 、リード  $8 \text{ mm}$  のゴシックアーチ溝をもつボールねじが、 $2000 \text{ N}$  のアキシャル荷重を受けている。ねじ軸を  $1500 \text{ rpm}$  で回転させるために必要なトルクと動力を求めよ。

**問題 6・14** 玉中心円径  $20.8 \text{ mm}$ 、リード  $5 \text{ mm}$  のゴシックアーチ溝をもつボールねじがアキシャル荷重を受けている。軸方向変位を  $5 \mu\text{m}$  以下に抑えるためには、荷重の限度はどのくらいか。ただし、総負荷玉数：48個、ヘルツ定数： $0.63 \times 10^{-6} \text{ N}^{-2/3} \text{ m}$  とする。