

12. 境界層の運動量方程式

12.1 境界層方程式の積分

平板に沿う層流境界層方程式のブラジウスの解法にも見られたように、境界層方程式を厳密に解くことは、もっとも単純なケースにおいてさえ容易ではない。さらにすすんで、圧力勾配のある流れとか曲面に沿う流れの境界層を解く場合には計算の困難さは一層増大する。

ところで、ブラジウスの解法ではまず境界層内の流速分布形を求めたが、実際上の必要性からいえば、多くの場合壁面に働く粘性摩擦力（粘性抵抗）を知れば十分であり、それにたかだか境界層の厚さがわかればよい。そこで、ここでは逆にまず流速分布に相似関数形を仮定し、運動量の保存関係を満たすように境界層厚さの発達を求めるカルマンの方法について述べる。

非圧縮性流体の二次元流れを考える。このような流れの境界層方程式は、式(10.12)～(10.15)である。この式(10.12)を y に関して壁面 $y=0$ から境界層の十分外側の高さ $y=h$ ($\gg \delta(x)$)まで積分する。

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial t} dy + \int_0^h u \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^h v \frac{\partial u}{\partial y} dy = - \int_0^h \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dy + \nu \int_0^h \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dx \quad (12.1)$$

上式の右辺の第二項の積分は $\nu \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_0^h$ であり、流れが層流か乱流かにかかわらず、 $\tau_0 = \mu(\partial u / \partial y)_{y=0}$ および $(\partial u / \partial y)_{y=h} = 0$ より $-\tau_0 / \rho$ となる。上式左辺の第三項に連続の式の積分より得られる $v = - \int_0^y (\partial u / \partial x) dy$ の関係を代入し、部分積分を行えば

$$\begin{aligned} \int_0^h v \frac{\partial u}{\partial y} dy &= - \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) dy \\ &= -U \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^h u \frac{\partial u}{\partial x} dy \end{aligned}$$

となる。したがって、式(12.1)は

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial t} dy + \int_0^h 2u \frac{\partial u}{\partial x} dy - U \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy = - \int_0^h \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dy - \frac{\tau_0}{\rho} \quad (12.2)$$

上式の左辺は図 12.1 のような x 方向に距離 δx を隔てる壁面に垂直な二つの断面 AB と CD 間での単位時間あたりの x 方向の (ρ で割った) 運動量の増加を表し, 右辺はこの部分に作用する圧力と摩擦応力の x 方向の力を表す.

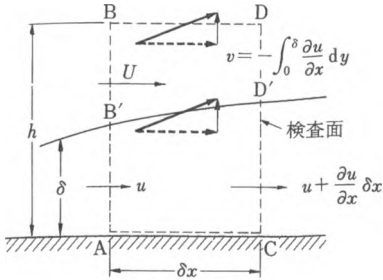


図 12.1

$$\begin{aligned} \int_0^h \frac{\partial u}{\partial t} dy \delta x + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u^2 dy \delta x + Uv \delta x \\ = - \int_0^h \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \delta x - \frac{\tau_0}{\rho} \delta x \end{aligned} \quad (12.3)$$

さらに, 式 (10.15) すなわち $-(1/\rho)(\partial p/\partial x) = \partial U/\partial t + U(\partial U/\partial x)$ の関係を用いて変形すれば,

$$\int_0^h \frac{\partial(U-u)}{\partial t} dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial x} [u(U-u)] dy + \frac{\partial U}{\partial x} \int_0^h (U-u) dy = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (12.4)$$

となる. $y=h$ では上式の左辺の被積分関数は 0 となるから, 積分の上限を $y \rightarrow \infty$ とおくことができる. ゆえに, 左辺の積分の上限は x に無関係であるから, 微分公式 (§ 16.2. b, 式 (16.28)) より x による微分と y による積分の順序を交換することが許される. 式 (11.40), (11.44) による排除厚 δ^* と運動量厚 θ を用いて上式 (12.4) を書き直せば, 次式を得る.

$$\frac{\partial(U\delta^*)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (U^2\theta) + \delta^* U \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (12.5)^\dagger$$

$$\delta^*(x, t) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (12.6)$$

$$\theta(x, t) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) \left(\frac{u}{U}\right) dy \quad (12.7)$$

この式は, 最初カルマン (von Kármán, 1921) により導かれたもので, “境界層の運動量の変化率は, 壁面に及ぼす流体の粘性抵抗と圧力勾配による力の和に等しい” ことを表している. 式 (12.4) あるいは式 (12.5) を境界層の運動量方程式 (運動量積分方程式, momentum or momentum-integral equation) またはカルマンの運動量方程式 (1921) と呼ぶ. 上式を導く過程で, 流れが層流であ

† この形の運動量方程式は Gruschwitz (1931) による.

るか乱流であるかについてはなんらことわらなかつた。この方程式は層流境界層にも乱流境界層にも適用しうる。積分の際に用いられた境界条件は

$$\left. \begin{aligned} y=0, & \quad u=0 \\ y=\infty, & \quad u=U, \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0 \end{aligned} \right\} \quad (12.8)$$

の三つである。

12.2 相似流速分布を仮定する場合の運動量方程式

境界層内の流速分布 $u(x, y)$ が、境界層厚さ $\delta(x)$ に関する無次元高さ

$$\eta = \frac{y}{\delta(x)} \quad (12.9)$$

に関して、相似形 $\phi(\eta) (= f'(\eta))$

$$u(x, y) = U(x)\phi(\eta) \quad (12.10)$$

で表されるとすると、運動量厚さ $\theta = U(x)^{-2} \int_0^\infty u(U-u)dy$ 、排除厚さ δ^* 、および壁面剪断応力 $\tau_0 = \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{\nu U}{\delta} \cdot \left(\frac{\partial(u/U)}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}$ はそれぞれ次のように表さ

れ、境界層厚さ $\delta(x)$ に比例する。

$$\theta = \delta(x) \int_0^1 \phi(1-\phi) d\eta = \alpha_1 \delta(x) \quad (12.11)$$

$$\delta^* = \alpha_2 \delta(x) \quad (12.12)$$

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \beta_1 \frac{\nu U}{\delta(x)} \quad (12.13)$$

ここに、

$$\alpha_1 = \int_0^1 \phi(1-\phi) d\eta \quad (12.14)$$

$$\alpha_2 = \int_0^1 (1-\phi) d\eta \quad (12.15)$$

$$\beta_1 = \phi'(0) \quad (12.16)$$

これらの関係を式 (12.5) に代入すれば

$$\alpha_2 \frac{\partial(U\delta)}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial(U^2\delta)}{\partial x} + \frac{\alpha_2}{2} \frac{dU^2}{dx} \cdot \delta(x) = \frac{\beta_1 \nu U}{\delta} \quad (12.17)$$

となる。また、流れが定常な場合には次式となる。

$$\delta(x) \frac{d(U^2\delta)}{dx} + \left(\frac{\alpha_2}{2\alpha_1} \right) \left(\frac{dU^2}{dx} \right) \cdot \delta^2(x) = \frac{\beta_1 \nu U(x)}{\alpha_1} \quad (12.18)$$

二つの計算法の比較：したがって、カルマンの方法では境界層方程式 (12.5) は境界層厚さ $\delta(x)$ に関する一階の常微分方程式に帰着する。この点、ブラジウスの方法が流速分布に関する無次元流関数 $f(\eta)$ の三階常微分方程式の非線型二点境界値問題であるのに比べて、カルマンの方法の方が遙かに有利になっている。壁面摩擦応力 τ_0 は $\delta(x)$ が決まるとこれを式 (12.13) を代入して直ちに求まる。

ブラジウスの方法が数学的に厳密で洗練されているのに引かれて、ついこの方法が高度で、カルマンの方法が略式の近似法であるかのような感じを与える。しかし、この評価は正しくない。これらの方法は、㊸相似流速分布の関数形 $\phi(\eta)$ ($=f'(\eta)$) が問題なのか、㊹境界層厚 $\delta(x)$ の変化の方が重要なかの二者択一的なものである。この両者の方法の比較を表 12.1 に示す。

表 12.1 ブラジウスの解法とカルマンの運動量方程式の方法の比較

	ブラジウス解 (例: Falkner-Skan)	カルマンの運動量方程式
仮定	境界層厚さの変化: $\delta(x) \propto x^{1/2}$	流速分布の相似形: $\phi(\eta)$
未知量	無次元流関数: $f(\eta)$	境界層厚さ: $\delta(x)$
解くべき微分方程式	$f(\eta)$ に関する三階非線型常微分方程式	$\delta(x)$ に関する一階常微分方程式
壁面摩擦力	$\tau_0 \propto f'(0)$	$\tau_0(x) \propto 1/\delta(x)$
適用性	困難 (三階常微分方程式, 非線型二点境界値問題), 特殊	解は容易 (一階常微分方程式), 一般的

こうした解法の実行は、噴流やプルームのように流れの境界形状の変化が単純でない場合に常に遭う問題である。なお、プルーム (plume) とは本来羽のように軽いという意味で、河口からの河川水 (淡水) の海洋への流出、煙突からの煙、火力発電所のタービン冷却用 (コンデンサー) に使用した温排水などのように、重力の影響下で密度や温度の違いにより生じる湧出し口からの流れをいう。

12.3 平板に沿う境界層の近似解

さて、カルマンの運動量方程式を平板に沿う境界層の問題に応用して、その有効性について検討する。この方法は近似解法であり、計算がきわめて簡単であるにもかかわらず、精度は非常によいという特徴がある。

カルマンの運動量方程式 (12.5) は、迎角 θ の平板の場合には $dU/dx=0$ であ

るから、

$$U_{\infty}^2 \frac{d\theta(x)}{dx} = \frac{\tau_0(x)}{\rho} \quad (12.19)$$

となる。上式は平板に沿う境界層の場合には壁面の摩擦抵抗に対抗するのは、円管路場合の圧力勾配にかわって、境界層厚さが厚くなることによる運動量束の変化(欠損)であることを意味している。

上式に含まれる変数 $\theta(x)$, $\tau_0(x)$ は境界層内の流速分布が与えられれば、式(12.11), (12.13) のように表される。これらの表示式を式(12.19)に代入すれば、(あるいは、式(12.18)から直接に)境界層の運動量方程式は、境界層厚さ $\delta(x)$ に関する微分方程式に帰着し、

$$\delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{\beta_1 \nu}{\alpha_1 U_{\infty}} \quad (12.20)$$

となる。これを解いて、境界層厚さ $\delta(x)$ は次のように求まる。

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{2\beta_1}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{\nu x}{U_{\infty}}} \quad (12.21)$$

この δ は境界層内の流速が実質的に主流の流速とみなされる相似の高さというやや明確さを欠いた定義であるので、物理的意義の明確な δ^* , θ をとれば、

$$\delta^* = \alpha_2 \sqrt{\frac{2\beta_1}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{\nu x}{U_{\infty}}} \quad (12.22)$$

$$\theta = \alpha_1 \sqrt{\frac{2\beta_1}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{\nu x}{U_{\infty}}} \quad (12.23)$$

実用上、最も重要な平板に働く粘性抵抗 $D(l)$ および抵抗係数 $C_f (= D(l) / \{bl(\rho U_{\infty}^2/2)\})$ は次のようになる。

$$\tau_0(x) = \sqrt{2\alpha_1\beta_1} \left(\frac{\rho U_{\infty}^2}{2} \right) \sqrt{\frac{\nu}{U_{\infty}x}} \quad (12.24)$$

$$D(l) = b \sqrt{2\alpha_1\beta_1} \sqrt{\mu \rho l U_{\infty}^3} \quad (12.25)$$

$$C_f = 2 \sqrt{2\alpha_1\beta_1} / \sqrt{\frac{U_{\infty} l}{\nu}} \quad (12.26)$$

12.4 計 算 例

(1) 直線流速分布と仮定した場合 無次元流速分布として、最も簡単な式形である次式を仮定する。

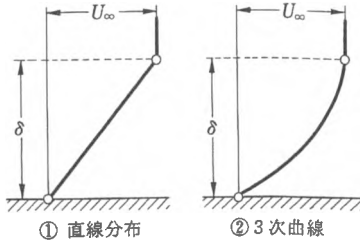


図 12.2 平板に沿う層流境界層の流速分布の仮定

$$\phi(\eta) = \eta \quad (0 < \eta < 1) \quad (12.27)$$

この関数は境界条件に関する三つの式(12.8)のうち $\phi(0) = 0$ と $\phi(1) = 1$ を満たすが、 $\phi'(1) = 0$ は満たさない。そこで特に次のように約束する。

$$\phi'(\eta) \begin{cases} = 1 & (0 < \eta < 1) \\ = 0 & (\eta = 1) \end{cases} \quad (12.27a)$$

カルマンの運動量方程式の係数は、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \int_0^1 \eta(1-\eta) d\eta = \frac{1}{6} \\ \alpha_2 &= \int_0^1 (1-\eta) d\eta = \frac{1}{2} \\ \beta_1 &= f'(0) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (12.28)$$

これより次式が得られる。

$$\delta^* = 1.732 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (12.29)$$

$$C_f = 1.155 \sqrt{\frac{\nu}{U_\infty l}} \quad (12.30)$$

(2) 4次多項式の流速分布を仮定した場合

無次元流速分布関数の境界条件：境界層内の流速分布をいっそうよく表示するために、カルマンの運動量方程式の誘導の際には要請されていないが物理的に満足すべき条件もつけ加えると、無次元流速分布形に関して次の五つの条件を考えることができる。

$$\left. \begin{aligned} y=0 : u &= 0 & (\phi(0) &= 0) \\ y=0 : \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \left(= -U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} \right) & (\phi''(0) &= 0) \\ y=\delta : u &= U_\infty & (\phi(1) &= 1) \\ y=\delta : \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 & (\phi'(1) &= 0) \\ y=\delta : \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0 & (\phi''(1) &= 0) \end{aligned} \right\} \quad (12.31)$$

ここで第二の条件は $y=0$ で $v=0$ の条件である。 v は式中に直接現れないから、このかわりに式(10.12)より u に関する条件に書き換えた。第五の条件は、境界

層の外縁で粘性項が0であることを意味する。

境界層内の無次元流速分布として多項式

$$\phi(\eta) = A_0 + A_1\eta + A_2\eta^2 + A_3\eta^3 + A_4\eta^4 \quad (12.32)$$

をとれば、係数 $A_i (i=0, 1, \dots, 4)$ は上の五つの条件より

$$A_0 = 0, \quad A_1 = 2, \quad A_2 = 0, \quad A_3 = -2, \quad A_4 = 1$$

となり、 $\phi(\eta)$ は次のようになる。

$$\phi(\eta) = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 \quad (12.33)$$

式 (12.14)~(12.16) により $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ を計算すれば、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \int_0^1 \phi(1-\phi) d\eta = \int_0^1 \phi d\eta - \int_0^1 \phi^2 d\eta = \frac{7}{10} - \frac{367}{630} = \frac{37}{315} \\ \alpha_2 &= \int_0^1 (1-\phi) d\eta = 1 - \int_0^1 \phi d\eta = \frac{3}{10} \\ \beta_1 &= f'(0) = 2 \end{aligned} \right\} \quad (12.34)$$

となる。したがって、排除厚さ δ^* 、および平板に働く粘性抵抗係数 C_f はそれぞれ

$$\delta^* = \frac{3}{10} \cdot 2 \sqrt{\frac{315}{37}} \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} = 1.751 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (12.35)$$

$$C_f = 4 \sqrt{\frac{37}{315}} / \sqrt{\frac{U_\infty l}{\nu}} \quad (12.36)$$

となる。

(3) 種々の流速分布形の場合の比較 流速分布形としてはそのほかいくつかの形を仮定しうる。それに対する計算結果を、ブラジウスによるより厳密な解と比較して表 12.2 に示す。最も簡単な直線流速分布式 $\phi(\eta) = \eta$ (この関数は $\phi'(1) = 0$ の条件を満たさない) でも、三つの条件式 (12.8) をすべて満たす $\phi(\eta) = (3/2)\eta - (1/2)\eta^3$ でも、さらに計算上は要求されていない他の物理的な条件をも満たす $\phi(\eta) = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4$ を用いても、結果的にはブラジウス解とほとんど差が見られないのはこの方法の著しい特徴である。境界層の運動量方程式は先にも注意したように、境界層が層流であるか乱流であるかを区別していない。無次元流速分布として乱流の流速分布式を用いれば、第 16 章に述べるように平板に沿う乱流境界層が解ける。

カルマンの境界層の運動量方程式を用いると、流れに垂直な一断面を通る x 方向の運動量といった積分量 (大づかみな量) から、平板に働く粘性抵抗とか境界

表 12.2

	流速分布形 $u/U_\infty = \phi(\eta)$	α_1	α_2	β_1	$\delta^* \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$	$\frac{\tau_0}{\mu U_\infty} \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}$	$C_f \left(\frac{U_\infty l}{\nu} \right)^{1/2}$	$\frac{\delta^*}{\theta}$
1	$\phi(\eta) = \eta$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	1	1.732	0.289	1.155	3.00
2	$\phi(\eta) = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3$	$\frac{39}{280}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{2}$	1.740	0.323	1.292	2.70
3	$\phi(\eta) = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4$	$\frac{37}{315}$	$\frac{3}{10}$	2	1.752	0.343	1.372	2.55
4	$\phi(\eta) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\eta\right)$	$\frac{4-\pi}{2\pi}$	$\frac{\pi-2}{\pi}$	$\frac{\pi}{2}$	1.741	0.327	1.310	2.66
5	厳密解	—	—	—	1.729	0.332	1.328	2.61

層厚さといったその断面を代表する量が求まる点に注意してほしい。なお、先にも述べたように流速分布形を仮定して運動量の保存則から流れの解析をする方法は、他の流れたとえば、浮力の作用を受ける鉛直噴流ブルームや温水の水平噴流などの解析にも用いられる。

カルマン—現象解析の魔術師

(Theodore von Kármán, 1881—1963)



などである。

流体力学に関する分野において、カルマンはテイラーとともに個人名をつけられた式や係数を数多くもっている。例をあげると、

- 物体後流中のカルマン渦列。
- 境界層に関するカルマンの運動量方程式。
- 混合距離についてのカルマンの力学的相似理論。
- 乱流の流速分布に関する対数則のカルマン定数。
- 乱流統計理論における高次相関、エネルギー輸送に関するカルマン-ハワースの方程式。
- 射流の衝撃波についてのカルマンの公式。

カルマンは1881年5月11日ハンガリーのブダペストで生まれた。1902年ブダペスト工科大学機械工学科を卒業、1906年ゲッチンゲン大学に留学、ブランドルから親しく薫陶を受け、その後の研究活動に決定的な影響を受けた。1908年材料力学に関する研究で学位を受け、1912年アーヘン工科大学教授に迎えられ、新設の航空研究所長に任命された。第一次世界大戦には将校としてオーストリア-ハンガリー航空隊のために働いた。1930年アメリカのカリフォルニア工科大学に移り、グッゲンハイム航空研究所長に就任した。その後、カルマンは大学での研究・教育のほか、NACA（アメリカ航空審問委員会、NASAの前身）、NATOなど航空行政の上でも永らく指導的地位にあった。彼は理由は詳らかではないが、独身のまま82歳の生涯を終えた。

カルマンの研究業績は流体力学にとどまらず応用数学・物理学・材料力学・振動学・熱および燃焼ときわめて広く、中でもカルマン渦列の安定（1911）、摩擦抵抗の理論（1921）、乱流速度分布の力学的相似（1930）、乱流統計理論（1938）、殻構造の弾性安定（1939）、超音速相似則（1947）、滑水体の力学が著名である。

カルマンの研究の特色は、それまで全く説明の与えられなかった現象に、新しい概念を提示し、数学的に美しく、見通しの効く単純な形式の解を与えること、あるいは複雑な工学的問題から物理的要素を見出し、合理的で簡単な近似解法を展開するところにある。

カルマン渦にまつわるエピソードを一つ話そう。カルマン渦の発見と理論の展開については、ブランドルの命を受けて同僚のヒーメッツが円柱境界層の剝離の実験にあたっていたが、円柱の振動が止まらずに対策に苦心していたことがきっかけであったことは、ブランドルの小伝で紹介した。また、ポーロニャのある教会の壁にかかっているという聖クリストファの足もとから出ているカルマン渦の話は、ダ・ビンチの小伝のところで述べた。ところで、国際理論応用力学会議の席上一度ならず（1926年のチャーリヒと、1930年のストックホルムで）、ベナル・セル（浅いパンを下から一様に熱するときに生じる六角形の対流細胞）の発見者ベナルは、カルマン渦についても自分の方が先に発見したと優先権を主張した。これに対し、カルマンは“ベルリンとロンドンでカルマン街と呼ばれるものが、パリでアンリ・ベナル街と呼ばれることに賛成します”とやんわりとやり返したという。

太平洋戦争（第二次世界大戦）に突入する約1年前（1940年11月7日）、アメリカの西海岸ワシントン州のタコマ・ナローズ（海峡）に、当時の最新の吊橋理論によって設計架橋されたばかりの、それこそ近代吊橋の粋と信じられていた、世界第三位の長さを誇る吊橋がわずか19 m/sec の風で落橋する事件があった。この吊橋は架橋中から揺れがひどくファーカーソン教授はシネカメラを準備して観察に余念がなかった。揺れ始めから腹を見せて海中に落下するタコマ橋（タコマ・ナローズ）の痛々しい姿を今日フィルムで見ることができるのはファーカーソンのおかげである。この事故後、調査委員会が作られファーカーソンとともにカルマンもその一人となった。もっとも、カルマンは落橋をカルマン渦との共振で片づけているけれども、現在ではカルマン渦による共振を引き金とした曲げねじりフラッターが落橋の原因という結論である。

また、こんな話もある。アメリカに移ってからのカルマンは航空力学の第一人者

として世界中から引張り風であった。彼の長い留守の間に二人の弟子が構造力学のある問題を解決して、帰国したカルマンに意気揚々と報告した。それを見たカルマンはああこの問題なら前に解いているよと自分のノートであったか論文とかを見せたので、弟子達は赤面してしまったという。そしてあれほどの多忙さのうち、いつ研究をしているのか不思議がったという。

カルマンはまたなかなかチャメツ気のある人でもあった。飛行機の座席によく「御意見うかがいカード」が入っている。あるときカルマンは退屈まぎれに、このカードに搭乗機の性能についての意見を書いて出したところ、次のような社長名の返事が届いたそうである。

“カルマンさん、貴方の御意見大変ありがとうございます。しかし、当社の飛行機は最高権威の教授、最優秀の技術者により設計され、テストされたものです。どうか御安心の上、今後も御利用下さい”。カルマンはこの手紙を大変喜んだそうである。カルマン先生でも、カルマン教授でも、カルマン博士でもなく、カルマンさん (Mr. Karman) と呼び掛けられている点が大変気に入っていたそうである。われわれならどうするだろうか。航空力学の第一人者の余裕を示すエピソードではないだろうか。

カルマンはまた多数の弟子を育てたこともその業績にあげられる。それは航空力学の狭い分野に限らない。第二次世界大戦前後および以後に世界の水理学・水力学のリーダーとなった MIT のイッペン (Ippen)、アイオワ大学のラウス (Rouse) はカリフォルニア工科大学時代のカルマンの薫陶を受けたことはよく知られている。彼らの現象を単純化し本質をつかみ出すというやり方こそ、正にプラントルーカルマンの直伝である。また、ピオとの共著「工学における数学的方法 (1939)」は名著として名高い。

カルマンは第二次世界大戦前、昭和の初年代に川西航空機の招きで来日し、半年あまり滞日し、あれこれサジェッションをして帰っている。このときのお偉方や芸者と並んだ写真が残されている。この時代、日本の航空業もまだまだ幼稚で、カルマンはいささか失望して帰ったようである。しかし、この航空機における後進国の日本が間もなく、名機中の名機といわれる“零戦”を生み出すとはカルマンは思いもよらなかったであろう。