

# II

## 粘性流体の力学

前篇では、實在の流体のもっている特性のうち最も基本的な性質で、これを除いてはもはや流体たりえないという性質——すなわち、空間を満たしてかつ自由に変形しうるという性質——のみをもつ理想的な物質としての(非圧縮等密度の)完全流体の力学について述べた。流体にはこれ以外に諸々の属性がある。このため、現実の流れには、完全流体の力学では説明しえない流体现象が多数ある。そのうち最も重要なものは、“一様な定常流中の物体にはなんらの抗力も働かない”という物体に働く流体抵抗に関するダランベールの背理である。この経験とは相反する完全流体力学の理論の結論は、流体のもつ属性の一つである粘性——変形に対する抵抗——を考慮していないことによることはすぐ想像できる。

事実、完全流体の力学は粘性が大きな影響をもたない實際現象に対してはみごとな結果を与える。水槽の流出口からの流れ、流線形物体のまわりの流れの様子、(ただし、流線形物体に働く力のうち揚力はクッター-ジューコフスキーの定理により求められるが、抗力の説明はできない)などがその例である。完全流体の力学が實際の問題にそのまま適用しうるいま一つの例は波の問題である。

ここで、實在流体の力学としての粘性流体の力学が誕生し発達していく歴史を簡単に述べる。

19世紀の初期は18世紀中頃からイギリスに起こった産業革命、機械文明の波がヨーロッパ大陸にも及び始め、それに伴い工業に役立つ科学への要請が強まった時代であり、フランス革命(1789)後のフランスではナポレオンによるヨーロッパの征服とその失脚の時代である。

この時代のフランスではナポレオンの学者好みを反映してか、ラプラス、ラグランジュ、フーリエ、コーシーといった大数学者が活躍していた。また当時、本格的な大規模構造物としての吊橋(つりばし)の理論がようやく打ちたてられよう

としていた。今日、粘性流体の力学方程式の創始者の一人として最初に名をつらねるナビエ (Navier, 1785—1836) はこうした時代の一流の土木 (橋梁) 技術者であった。

ところが、当時の流体力学の理論では橋脚に働く水の抵抗を計算できなかった。これが動機となってナビエは粘性を考慮した流体の力学の研究を行い、論文をフランス学士院に提出した (1822)。しかし、不幸なことにこの論文は世に知られることなく歳月が流れ、その間ポアソン (Poisson, 1829) やサンブナン (Saint-Venant, 1843) の研究を経て、1845年に到りイギリスの物理・応用数学者であったストークスにより粘性流体の運動方程式がナビエらと独立に導かれ、具体的に種々の問題についての解が求められた。このとき以来粘性流体の力学の歴史が始まる。

しかし、その歩みは遅々としたもので、この方程式 (ナビエ-ストークスの方程式) の解はきわめて限られた条件のもとでしか求められず、実際上の問題解決にはさほど寄与したといえない。ナビエ-ストークスの方程式の解が簡単に得られないのは、この方程式の非線型性のためである<sup>†</sup>。これは単なる数学上のテクニックだけでは解決しえないものであり、流体現象に対する物理的考察をもとにして初めて可能であった。それには20世紀初頭 (1904) ドイツのプラントル (Prandtl) の出現をまたなければならなかった。彼は、境界層という概念をもち込み、流れを物体表面の薄い粘性の作用の強い領域とそれ以外の完全流体の領域とに分けて扱い、問題をみごとに解決した。それは、1903年のライト兄弟による人類初飛行の翌年であり、これ以後、航空機の発達と歩調をあわせて境界層理論を中心とする華々しい流体力学の発展の時代に入る。

またこれよりさかのぼるが、1883年にイギリスのレイノルズ (Reynolds) が明らかにした現象——流れには二つの明確に異なった状態があり、一つは層流と呼ばれる整った流れ、もう一つは流体粒子が複雑不規則に変動する乱流と呼ばれる流れ——の認識も粘性流体の力学の成立の上で不可欠であった。実用上問題となる多くの流れ (たとえば、パイプの中の速い流れ、大気の流れ、河川の流れ等) は、ナビエ-ストークスの方程式あるいは境界層方程式の単純な解では表しえない“乱流”である。レイノルズに始まり、プラントル、テイラー、カルマン等に

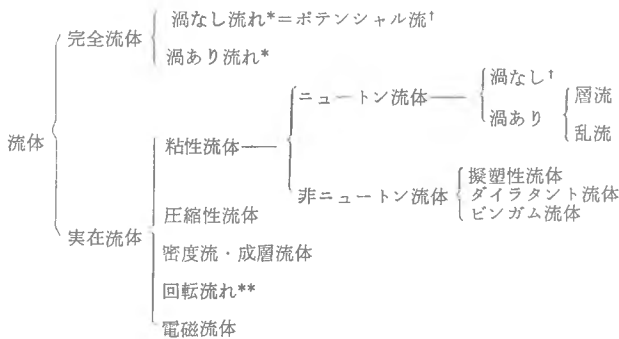
<sup>†</sup> 完全流体の運動方程式も非線型であるが、渦なし流れの場合には速度ポテンシャルが存在し、問題は線型なラプラスの方程式を解くことに帰着する。

より発展させられた乱流の理論により、現在では実用的には問題はほぼなくなった。とはいえものの、乱流の問題はいまだ真の解決が残されている流体力学の一領域である。

流体の属性には、粘性のほか、圧縮性や密度変化等々があり、これらを考慮しなければならない場合がある。また、質量力としては重力のほか、地球上の大気、海洋の流れのような回転場に働くコリオリ力、電磁性流体の電磁気力がある。

流体をこのような流体力学の立場から分類すると次のようになる。

表 1 流体の属性による流れの分類



- \* 渦なし (irrotational), 渦あり (rotational)
- \*\* 回転流れ (rotating flow), コリオリ力の働く流れ

<sup>†</sup> ポテンシャル流と粘性についての議論は、§ 9.3.cを参照。