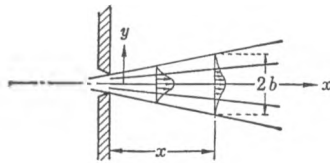


17. 噴流と後流

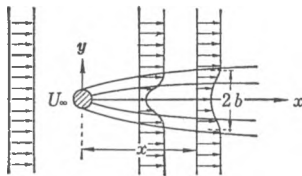
17.1 壁面のない境界層としての噴流と後流

静止した流体中にそれと同じ流体をノズルやオリフィスから噴出すると、流体は粘性のために周囲の流体を引きずって噴流いわゆるジェットとなる。ジェット流は外乱に対してきわめて不安定で（二次元ジェットの場合、その軸上流速と幅に関するレイノルズ数の限界値は $Re_c=4.0$ ）あるので、普通の場合には噴出源の近くで乱流となり、周囲の流体を巻き込む。（周囲の流体と噴出流体の密度・

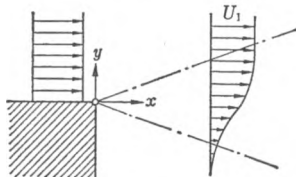
温度・種類等が異なる場合のジェットや、最近では、さらに重力場で浮力の影響を考慮しなければならない噴流（プルーム, plume）の問題も解かれているが、ここでは基本的な同一流体の場合について取り扱う。）



(a) 噴流



(b) 後流



(c) 噴流境界

図 17.1 自由剪断流

一様流の中に物体をおく場合とか、静止流体中の物体を一様速度で移動させる場合に、物体の背後に周囲よりも流速の小さい領域（後流または伴流, wake）が生じる。後流も比較的小さいレイノルズ数 ($Re \approx 40$) で乱流となる。

平板に沿う一様流が、平板の後端部の下流で半無限の静止あるいは速度の異なる流体と接触して生じる流れ（自由噴流境界, free jet boundary）あるいは流れが鋭い角を曲る場合や固体壁面に沿う境界層が下流方向への強い圧力上昇に耐えきれずに固体表面から剥がれる場合の剝離流も、噴流や後流と類似の性

質をもつ。噴流，後流，剝離流は自由に周囲に広がる剪断流で，これらは自由剪断流 (free shear flow) あるいは自由乱流 (free turbulent flow) と呼ばれる。

噴流や後流あるいは自由噴流境界・剝離流には流れの場の特徴的なあるいは特別な長さというものはない。それゆえ，流軸に直角な断面内の流速分布は，平板に沿う境界層や層流噴流の場合と同様に相似となる。

a. 境界層方程式

噴流や後流の流れの場には，流れを束縛する固体壁は存在しない。しかし，これらの流れは流軸に直角な横断方向の広がり幅が無限ではなく，噴流や後流の源点からの距離に比べて薄いこと，また横断方向の流速変化が大きいことなど境界層的な特徴をもっている。二次元の場合，流軸方向に x 軸，これと直角に y 軸をとり，それぞれの方向の流れの速度を u, v とすれば，境界層方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (17.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (17.2)$$

である。これらの流れでは壁面が存在しないゆえ，粘性による層流摩擦の影響は乱流摩擦と比べて遥かに小さくこれを無視しうる。したがって，式 (17.1) の τ はレイノルズ応力を意味する。また，流れの場の圧力は一定と考えられるので省略する。

b. 渦動粘性係数

自由乱流運動のレイノルズ応力に関しては，円管乱流や壁面乱流と同様にプラントルの混合距離の仮定

$$\tau = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (17.3)$$

を用いてもよい。しかし，自由乱流ではむしろ渦動粘性係数 (kinematic eddy viscosity; 乱流混合係数, turbulent transfer coefficient) は x 軸に垂直な断面内で一定で，それは噴流や後流の断面内の最大最小流速の差と幅 b とに比例するとするレイノルズ応力に関するプラントル (1942) の第二の仮説

$$\tau = \rho \epsilon \frac{\partial u}{\partial y} \quad (17.4)$$

$$\epsilon = k_1 b (u_{\max} - u_{\min}) \quad (17.5)$$

の方がよく用いられる (§ 14.2. a 参照)。この仮説は流れの場の乱流運動のスケ

ールが流れの幅と同じオーダーであるとの考えに立って導かれており、その妥当性は多くの実験資料より裏づけられている。分子動粘性係数のかわりに渦動粘性係数 ϵ を用いて乱流レイノルズ数 Re_ϵ を定義すれば、 Re_ϵ は一定

$$Re_\epsilon = \frac{(u_{\max} - u_{\min})b}{\epsilon} = \frac{1}{k_1} = \text{const} \quad (17.6)$$

となる。式 (17.4), (17.5) の仮定はただ単に式が簡単であるというのみならず、噴流や後流の本質をよくつかんでいるものである。

17.2 二次元噴流

噴流源を原点とし、噴出方向に x 軸、これと直角方向に y 軸をとる。噴流は定常であるとする、式 (17.1) はプラントルの第二の仮定より次式となる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (17.7)$$

$$\epsilon = k_1 b(x) u_{\max}(x) \quad (17.8)$$

以下の理論はゲルトラー (Goertler, 1942) による。噴出源からある距離 $x=s$ での軸上最大流速を U_s 、幅を b_s とすれば、任意距離での軸上流速 $u_{\max}(x)$ と幅

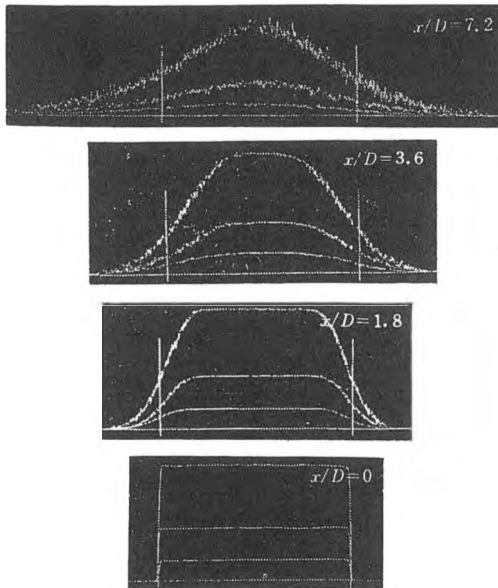


図 17.2 噴流の発達と流速分布の相似性 (Tietjens, Springer)

$b(x)$ は

$$\left. \begin{aligned} u_{\max}(x) &= U_s f_1\left(\frac{x}{s}\right) \\ b(x) &= b_s f_2\left(\frac{x}{s}\right) = b_s \left(\frac{x}{s}\right)^m \end{aligned} \right\} \quad (17.9)$$

と表せる。ここでの噴流幅 b の定義には任意性があり、後で厳密に決定される。また、無次元距離 η

$$\eta = \frac{y}{b(x)} \quad (17.10)$$

を定義し、噴流軸に直角な断面内の流速分布は η に関して相似 (図 17.2) であると仮定する。このとき、流関数 $\Psi(x, y)$ を

$$\left. \begin{aligned} \Psi(x, y) &= f(x)\phi(\eta) \\ f(x) &= b_s U_s \left(\frac{x}{s}\right)^p \end{aligned} \right\} \quad (17.11)$$

の形に仮定でき、これより、 u, v は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{f(x)}{b(x)} \phi'(\eta) = U_s \left(\frac{x}{s}\right)^{p-m} \phi'(\eta) \\ v &= -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -f'(x)\phi(\eta) + \frac{f(x)b'(x)}{b(x)} \eta \phi'(\eta) \end{aligned} \right\} \quad (17.12)$$

ついでに、 $\partial u/\partial x, \partial v/\partial y, \partial u/\partial y, \partial^2 u/\partial y^2$ および ϵ を求める。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{f'(x)b(x) - f(x)b'(x)}{b^2(x)} \phi'(\eta) - \frac{f(x)b'(x)}{b^2(x)} \eta \phi''(\eta) \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{f'(x)}{b(x)} \phi'(\eta) + \frac{f(x)b'(x)}{b^2(x)} \{\phi'(\eta) + \eta \phi''(\eta)\} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{f(x)}{b^2(x)} \phi''(\eta) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{f(x)}{b^3(x)} \phi'''(\eta) \\ \epsilon &= k_1 u(x, 0) b(x) \\ &= k_1 f(x) \phi'(0) \end{aligned} \right\} \quad (17.13)$$

u, v が連続の方程式を満足することは直ちに確かめられる。

噴流の幅と流速 (あるいは流関数) の x 方向の変化のべき指数は次の二つの条件から決定される。

(i) 流れの場合は圧力が一定であり、 x 方向には dp/dx が働かない。したがって、 x 方向の全運動量束 J は、 x に無関係に一定である。

$$J = \rho \int_{-\infty}^{\infty} u^2(x, y) dy = \text{const} \quad (17.14)$$

(ii) 運動方程式 (17.7) の左辺 (慣性項) と右辺 (乱流摩擦項) とは同じ大きさでなければならない。

式 (17.14) に式 (17.10), (17.12) を代入すれば,

$$\begin{aligned} J &= \rho \int_{-\infty}^{\infty} b(x) u^2(x, \eta) d\eta \\ &= \rho \frac{f^2(x)}{b(x)} \int_{-\infty}^{\infty} \{\psi'(\eta)\}^2 d\eta \\ &= \rho b_s U_s^2 \left(\frac{x}{s}\right)^{2p-m} \int_{-\infty}^{\infty} \{\psi'(\eta)\}^2 d\eta = \text{const} \end{aligned} \quad (17.15)$$

となる。上式が x に無関係に一定であるためには, p と m との間に

$$2p - m = 0 \quad (17.16)$$

の関係が必要である。

また, 式 (17.15) より x 方向の運動量束 J と基準断面での軸上最大流速 U_s および噴流幅 b_s の関係は次式となる。

$$U_s^2 = \left(\frac{J}{\rho b_s}\right) / \int_{-\infty}^{\infty} \{\psi'(\eta)\}^2 d\eta \quad (17.17)$$

一方, $u \partial u / \partial x$, $\partial^2 u / \partial y^2$, ϵ は, 式 (17.13) よりそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} &\sim x^{2p-2m-1} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &\sim x^{p-3m} \\ \epsilon &\sim x^p \end{aligned} \right\}$$

となる。それゆえ, 境界層方程式 (17.7) に式 (17.13) を代入すれば, x のべき指数間には次の関係が必要である。

$$2p - 2m - 1 = p + (p - 3m) \quad (17.18)$$

したがって, 式 (17.16), (17.18) より

$$m = 1, \quad p = \frac{m}{2} = \frac{1}{2} \quad (17.19)$$

これらをまとめると

$$\left. \begin{aligned} b(x) &\sim x \\ u_{\max}(x) &\sim x^{-1/2} \\ f(x) &\sim x^{1/2} \\ \epsilon &\sim x^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (17.20)$$

これにより, 二次元噴流は直線的に広がり, 流軸上の最大流速は噴出源からの距離の $1/2$ 乗に逆比例して低減することが導かれた。

境界層方程式 (17.7) に式 (17.12), (17.13) および先に定まった p, m の値を代入すれば

$$\left(\frac{2\epsilon_s s}{U_s b_s^2}\right) \cdot \phi''' + \phi\phi'' + (\phi')^2 = 0 \quad (17.21)$$

となる。ここに、

$$\epsilon_s = k_1 b_s U_s$$

この微分方程式の境界条件は、 $y=0$ で $\partial u/\partial y=0$, $v=0$ および $y \rightarrow \infty$ で $u \rightarrow 0$ であることに対応して、式 (17.13) より次のように与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \phi=0, \quad \phi''=0 \quad (\eta=0) \\ \phi'=0 \quad \quad \quad (\eta \rightarrow \infty) \end{array} \right\} \quad (17.22)$$

噴流源からの距離に比例する未定義の幅 b を

$$\sigma = \frac{b_s}{s} = \frac{b}{x} = 4k_1 \quad (17.23)$$

となるように定義すれば、係数 $(2\epsilon_s s/U_s b_s^2)$ が $1/2$ となるので、式 (17.21) は積分されて、

$$\phi^2 + \phi' = 1 \quad (17.24)$$

となる。これをもう一度積分すれば、

$$\phi(\eta) = \tanh \eta \quad (17.25)$$

となる。式 (17.17) に上式を代入すれば、 U_s は

$$U_s = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{J}{\rho \sigma s}} \quad (17.26)$$

となる。したがって、式 (17.12), (17.25) より噴流の流速 u, v が次式のように導かれる。

$$\left. \begin{array}{l} u = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{J}{\rho \sigma x}} (1 - \tanh^2 \eta) \\ v = \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{\frac{J \sigma}{\rho x}} \{2\eta(1 - \tanh^2 \eta) - \tanh \eta\} \end{array} \right\} \quad (17.27)$$

ここに、

$$\eta = \left(\frac{1}{\sigma}\right) \frac{y}{x}$$

定数 σ は式 (17.26) から実験により

$$\sigma = \frac{1}{7.67} \quad (17.28)$$

となる。

さらに、噴流幅として實際上測定しやすい半値半幅、すなわち流速 u が軸上値の半分となる幅の半分 $b_{1/2}$ をとれば、式 (17.27) の第一式により上の理論で定義された幅 $b (= \sigma x)$ と $b_{1/2}$ との間に次の関係がある。

$$1 - \tanh^2\left(\frac{b_{1/2}}{b}\right) = \frac{1}{2}$$

$$b = 1.125 b_{1/2} \quad (17.29)$$

よって、渦動粘性係数 ϵ は半値半幅 $b_{1/2}$ と軸上流速 u_{\max} に関して次のように表される。

$$\begin{aligned} \epsilon &= k_1 b u_{\max} \\ &= \frac{1.125\sigma}{4} b_{1/2} u_{\max} \\ &= 0.037 b_{1/2} u_{\max} \end{aligned} \quad (17.30)$$

図 17.3 に二次元噴流の流速分布の理論曲線と実験の比較を示す。

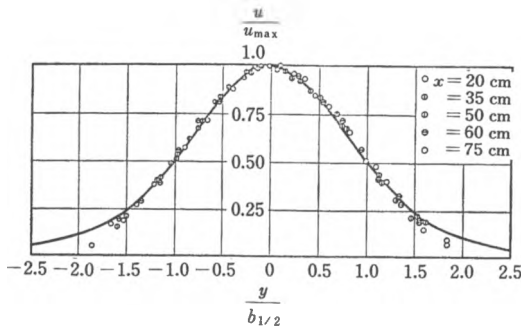


図 17.3 二次元噴流の流速分布 (Schlichting, McGraw-Hill)

17.3 二次元後流

a. 後流の形成

流れの中におかれた円柱、球あるいは角柱のような鈍い形（非流線形）の物体（bluff body）では、物体前面のよどみ点より壁面に沿って発達した境界層（層流あるいは乱流）が、物体表面の急な曲率変化による圧力上昇に追従できず途中で物体から剝離し、流れの中に押し出していく（§ 4.9. b, § 5.8, 13 章, 21 章, 図 17.4）。境界層は先に述べたように渦度の大きい薄い層であり、この面を介して

流体の流速は急激にいわば不連続的に変化している。このような速度の不連続面は流体力学的に不安定であり、分裂して渦の群となり複雑な後流が形成される。レイノルズ数が比較的小さい(40~200)場合には、物体背後に大きな渦が形成され、上下交互に後方に流下し、いわゆるカルマン渦列が形成される (§5.8)。この物体背後の渦領域では、激しい流体混合運動により

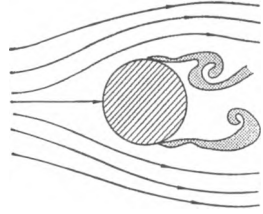


図 17.4

大きなエネルギー損失が生じ圧力が低下する。その結果物体の前後面の圧力差に起因する抵抗が生じる。これは圧力抵抗 (pressure drag) あるいは形の抵抗 (profile drag) と呼ばれる。

物体のすぐ背後の渦運動はきわめて複雑であるが、平均的に見ればまわりの主流部分と一つの不連続面で隔てられた死水領域とみなして理論的に取り扱うことができることは前に述べた (§4.9. b)。

物体背後より交互に離脱した渦は、周囲の流体との混合により不規則な乱流場へと移行する。こうした一つ一つの渦がもはや識別しえない物体より隔たった後流領域は、本章の最初に述べたように境界層としての取扱いが可能である。

b. 後流の流速分布

後流の流速場は、 $u(y) \approx U_\infty$ と近似でき、 $v\partial u/\partial y$ は小さく無視しうるので運動方程式は、

$$U_\infty \frac{\partial u_1}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \quad (17.31)$$

と書き表せる。ここに、 u_1 は欠損流速

$$u_1(y) = U_\infty - u(y) \quad (17.32)$$

ϵ は渦動粘性係数で式 (17.5) より

$$\epsilon = k_1 u_{1\max}(x) b(x) \quad (17.33)$$

である。

噴流の場合と同様に、流れの場の相似の仮定より後流軸からの距離 y を後流幅 $b(x)$ で割って無次元距離 η

$$\eta = \frac{y}{b(x)} \quad (17.34)$$

を定義すれば、流関数 $\Psi(x, y)$ は

$$\Psi(x, y) = f(x)\psi(\eta) \quad (17.35)$$

の形に書き表せる（上式を連続の方程式に代入し、 f, ψ の関数形のいかんにかかわらずこれが成立することを確かめよ）。さらに、後流幅 $b(x)$ と流関数中の $f(x)$ を x のべき乗形

$$b(x) = \sigma x^m \quad (17.36)$$

$$f(x) = x^p \quad (17.37)$$

に仮定する。これら $b(x), f(x), \psi(\eta)$ の関数形は次の条件より決定することができる。

(i) 運動方程式 (17.31), (17.33) を満たすこと。

(ii) 物体に働く抗力と運動量束との関係式を満たすこと。（§ 2.4. d 参照）

$$D = \rho \int_{-\infty}^{\infty} u(U_{\infty} - u) dy \quad (17.38)$$

$$\approx \rho U_{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_1(y) dy \quad (17.38a)$$

ここに、 u_1 は U_{∞} に比べて十分小さく、 $u(y) = U_{\infty} - u_1(y) \approx U_{\infty}$ と近似しうると仮定している。

式 (17.35)~(17.37) より、 $u_1, \partial u_1 / \partial x, \partial^2 u_1 / \partial y^2$ 等を計算すると次のようになる。

$$u_1(x, \eta) = \frac{\partial \psi}{\partial y} = f(x) \frac{d\psi}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{x^{p-m}}{\sigma} \psi'(\eta) \quad (17.39)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = \{(p-m)\psi'(\eta) - m\eta\psi''(\eta)\} \frac{x^{p-m-1}}{\sigma}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial y} = \frac{x^{p-2m}}{\sigma^2} \psi''(\eta)$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} = \frac{x^{p-3m}}{\sigma^3} \psi'''(\eta)$$

一方、

$$\begin{aligned} \epsilon &= k_1 u_1(x, 0) b(x) \\ &= k_1 x^p \psi'(0) \end{aligned} \quad (17.40)$$

これらを運動方程式 (17.31), (17.33) に代入すれば、

$$\{(p-m)\psi'(\eta) - m\eta\psi''(\eta)\} x^{p-m-1} = \frac{k_1}{\sigma^2 U_{\infty}} \psi'(0) \psi'''(\eta) x^{2p-3m} \quad (17.41)$$

次に、式 (17.38a) より

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} u_1(x, y) dy &= b(x) \int_{-\infty}^{\infty} u_1(x, \eta) d\eta \\ &= x^p \int_{-\infty}^{\infty} \psi'(\eta) d\eta = \text{const} \end{aligned} \quad (17.42)$$

したがって、式 (17.41) および式 (17.42) の左右の x のべき数が等しくなる条件より p, m は次のように定まる。

$$p=0, \quad m=\frac{1}{2} \quad (17.43)$$

$p=0$ より、後流中の渦動粘性係数 ϵ は距離 x に無関係に一定 ($\epsilon=\epsilon_0$) である。

また、式 (17.41) の右辺の係数 ($k_1/(\sigma^2 U_\infty)$) が 1 となるよう、式 (17.36) の任意の定数 σ を (式 (17.40) を用いて)

$$\sigma = \sqrt{\frac{k_1 \psi_0'}{U_\infty}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{U_\infty}} \quad (17.44)$$

とおけば、式 (17.41) より流関数の相似形部分 $\psi(\eta)$ についての次の常微分方程式が得られる。

$$\psi'''(\eta) + \frac{\eta}{2} \psi''(\eta) + \frac{1}{2} \psi'(\eta) = 0 \quad (17.45)$$

境界条件は $y=0$ で $\partial u_1 / \partial y = 0$, $y \rightarrow \infty$ で $u_1 \rightarrow 0$ となること、すなわち

$$\left. \begin{aligned} \psi'' &= 0 & (\eta=0) \\ \psi' &= 0 & (\eta \rightarrow \infty) \end{aligned} \right\} \quad (17.46)$$

式 (17.45) の解は次のようになる。

$$\psi'(\eta) = A e^{-\eta^2/4} \quad (17.47)$$

定数 A は運動量束と抗力の関係式 (17.38 a) より

$$A = \frac{1}{2} C_D U_\infty d / \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\eta^2/4} d\eta = \frac{C_D U_\infty d}{4 \sqrt{\pi}} \quad (17.48)$$

と定まる。ここに、 d は物体の幅、 C_D は抗力係数、 $D = C_D d (\rho U_\infty^2 / 2)$ 。

以上の結果をまとめると、後流の流速分布は、式 (17.39), (17.47), (17.48) より、次式のようになる。

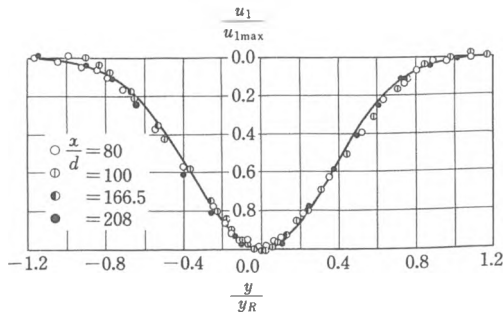


図 17.5 二次元後流の(欠損)流速分布

$$u_1(x, y) = U_\infty C \left(\frac{x}{d}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{4}\eta^2\right) \quad (17.49)$$

ここに、

$$\eta = \sqrt{\frac{U_\infty}{\epsilon_0 x}} y \quad (17.50)$$

$$C = \frac{C_D}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{U_\infty d}{\epsilon_0}} \quad (17.51)$$

図 17.5 に二次元後流の欠損流速の分布の理論と実験との比較を示す。ここに、 $u_{1\max}$ は後流軸上 ($\eta=0$) の欠損流速 $u_{1\max} = U_\infty C(x/d)^{-1/2}$ 。

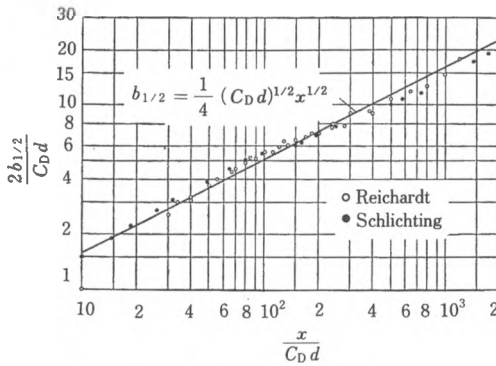


図 17.6 二次元後流の広がり幅と物体からの距離 (Schlichting)

また、渦動粘性係数は、式 (17.40), (17.47), (17.48) より

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= k_1 \psi_0' \\ &= \frac{k_1 C_D d}{4\sqrt{\pi}} U_\infty \end{aligned} \quad (17.52)$$

後流の幅 $b(x)$ は、式 (17.36), (17.44), (17.52) より

$$\begin{aligned} b(x) &= \sigma x^{1/2} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{U_\infty}} x^{1/2} \\ &= \left(\frac{k_1 C_D d}{4\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} x^{1/2} \end{aligned} \quad (17.53)$$

となる。

シュリヒティング (1930) やライヒアルト (1942) は、各種の径の円柱の後流の実験から半値半幅 $b_{1/2}$ について、式 (17.36) に対応して次の関係を得た (図 17.6)。

$$b_{1/2}(x) = \frac{1}{4} (C_D d)^{1/2} x^{1/2} \quad (17.54)$$

したがって、式 (17.53) と式 (17.54) より

$$k_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left(\frac{b}{b_{1/2}} \right)^2 \quad (17.55)$$

ところで、 $y = b_{1/2}$ すなわち $\eta = b_{1/2}/b$ では、

$$\frac{u_1(b_{1/2}/b)}{u_{1\max}} = \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left(\frac{b_{1/2}}{b} \right)^2 \right\} = \frac{1}{2}$$

である。これより

$$b_{1/2} = 1.675 b \quad (17.56)$$

の関係が求まる。したがって、式 (17.52) あるいは式 (17.40) と式 (17.55), (17.56) から

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 = \left(\frac{b}{4b_{1/2}} \right)^2 (C_D U_\infty d) \\ &= 0.0223 (C_D U_\infty d) = \text{const} \end{aligned} \quad (17.57)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \frac{\sqrt{\pi}}{8} \left(\frac{b}{b_{1/2}} \right)^3 (2b_{1/2} u_{1\max}) \\ &= 0.047 (2b_{1/2} u_{1\max}) \end{aligned} \quad (17.58)$$

表 17.1 二次元噴流と後流の特性の比較

	幅	軸上流速	渦動粘性係数
二次元噴流	$b(x) \sim x$	$u_{\max}(x) \sim x^{-1/2}$	$\epsilon \sim x^{1/2}$
二次元後流	$b(x) \sim x^{1/2}$	$u_1(x) \sim x^{-1/2}$	$\epsilon \sim \text{const}$

二次元後流の特徴として、後流幅は x の $1/2$ 乗で増加し、欠損流速 u_1 は x の $-1/2$ 乗で減少し、また、渦動粘性係数は x に無関係に一定であることが導かれた。二次元噴流の幅が x に比例して増加するのに反し、二次元後流は x の $1/2$ 乗と増加率が小さいことに注意されたい。